An universitar 2005-2006

# LOGICĂ

(Curs opțional, I.D.D. Psihologie)

**Conf. Dr. Virgil Drăghici**

## Capitolul 1. Logica tradițională

Preliminar
**1. TEORIA TERMENILOR LOGICI**
1.1. Structura termenilor logici
1.2. Raporturile dintre termenii logici
**2. TEORIA PROPOZIȚIILOR CATEGORICE**
2.1. Propoziții categorice
2.2. Clasificarea propozițiilor categorice
2.3. Raporturile logice dintre propozițiile categorice
**3. TEORIA INFERENȚEI**
3.1. Inferențe imediate
3.2. Inferențe mediate (silogismul)
3.2.1. Figuri şi moduri silogistice
3.2.2. Metode de testare a validității silogismelor
I. Metoda aplicării regulilor generale
II. Metoda reducerii
3.2.3. Moduri silogistice indirecte
3.2.4. Silogistica cu termeni negativi
3.2.5. Silogistică modernă (modelul predicativ Brentano)

**BIBLIOGRAFIE**

## Capitolul 2. Logica simbolică

**(Logica propozițiilor ($\mathcal{L}_p$); Teoria funcțiilor de adevăr)**

**NOTĂ. Paragrafele 3.2.4 şi 3.2.5 din Capitolul 1 şi Capitolul 2 (în întregime) sunt facultative.**

**BIBLIOGRAFIE**

Virgil Drăghici, *Logică matematică*, Editura „Casa Cărții de Științță”, Cluj-Napoca, 2002, Cap. 1.

# Capitolul 1
# Logica tradiţională

## *Preliminar*

Considerată în sensul cel mai general, logica tradiţională este teoria inferenţei. Începuturile ei notabile trebuie căutate în opera gânditorului grec Aristotel [1]. O dată cu *Organon*-ul său se pun bazele a ceea ce astăzi numim „silogistică clasică" (asertorică şi modală). Această lucrare aristotelică a exercitat o considerabilă influenţă asupra generaţiilor următoare, până în epoca modernă. O dată cu rafinarea conceptualizării, determinată de crearea logicii simbolice, în secolul al XIX-lea, s-a deschis posibilitatea re-lecturii silogisticii clasice care, în noua ipostază, favorizată de formalizare şi axiomatizare, devine silogistică modernă [2].

Capitolul de faţă nu are în vedere o analiză istorică a silogisticii[3], ci o elaborare sistematică a logicii tradiţionale, înglobând astfel perfecţionările instrumentarului logicii, păstrându-i însă determinaţiile care o fac să rămână o logică *tradiţională*.

Întrucât teoria inferenţei presupune teoria propoziţiei, iar teoria propoziţiei presupune teoria termenilor logici, vom trata succesiv, în ordinea complexităţii lor, aceste forme logice[4].

Însă logica nu este interesată de orice fel de inferenţe, ci doar de inferenţele *valide*, adică de acele inferenţe care conservă în concluzia lor adevărul premiselor. Iar ca o inferenţă să fie validă, ea trebuie să respecte anumite exigenţe, între care există anumite raporturi de dependenţă (derivare). Căutând să explicităm exigenţele fundamentale, cele care le întemeiază pe toate celelalte, ajungem la ceea ce logica numeşte *principii logice*. Să ne oprim mai întâi la o analiză succintă a acestor principii.

### *Principiile logice*

Investigarea *statutului* principiilor logice este una foarte complexă. Chiar dacă formularea lor este veche (Aristotel, Leibniz), disputele pe această temă continuă şi în zilele noastre. Ca principii logice ele nu pot, firește, să fie întemeiate în logică, pentru că în acest caz ar avea un caracter derivat, fiind deduse din alte principii mai generale. Putem, atunci, conchide că sunt construcţii arbitrare, convenţii lingvistice? Modul în care ele funcţionează ca principii ne arată mai curând contrariul. Iar dacă au un temei, care este acesta?[5] Ne limităm, în consideraţiile de faţă, la a menţiona că principiile logice pot fi formulate atât *ontologic* (cu referire la obiecte şi proprietăţile lor), cât şi *epistemologic* (cu referire la propoziţii şi valorile lor de adevăr), fără a le reduce, ca principii *logice*, la aceste formulări.

a) ***Principiul identităţii***

Principiul identităţii a fost formulat mai întâi de Leibniz, astfel: „Fiecare lucru este ceea ce este. Şi în atâtea exemple câte vreţi, *A* este *A*, *B* este *B*"[6]. „*A* este *A"* este formularea ontologică a ideii de identitate: prin proprietăţile sale constante, un lucru este el însuşi şi nu

[1] Aristotel, *Organon I* (*Analitica primă*).
[2] Comp. J. Lukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, 1951.
[3] Pentru o prezentare istorică a temei, vezi Bibliografie.
[4] Prin forme logice vom înţelege: termenii logici, propoziţiile logice şi inferenţele.
[5] Răspunsurile la această întrebare sunt foarte diferite: comp. B. Russell, *Probleme der Philosophie*, F.a.M. , 1969, 78-79; M. Heidegger, *Der Satz vom Grund*, Pfullingen 1957.
[6] G. Leibniz, *Nouveaux essais sur l'entendement humain* (1708), Flammarion, Paris 1935, IV, II, 1.

altul. Desigur, chiar dacă realitatea este într-o continuă transformare, ea nu poate fi gândită decât prin ceea ce conferă individualitate (şi deci constanţă) entităţilor ei. Ca principiu al *identităţii,* acesta rămâne un principiu *logic*, nu ontologic. Iar ca principiu logic, el pretinde, oricărui demers raţional, precizie. Altfel spus, în orice raţionalizare pe care o efectuăm termenii logici trebuie să-şi conserve înţelesul. În caz contrar, din premise adevărate putem obţine concluzii false sau absurde. De exemplu, din propoziţiile „Creionul este verde" şi „"Verde" are cinci litere" derivăm, în mod eronat, „Creionul are cinci litere". Nevaliditatea acestei inferenţe rezidă în faptul că termenul mediu (i.e. „verde") nu şi-a păstrat înţelesul: în prima propoziţie el se referă la o proprietate a unui obiect iar în cea de-a doua la o entitate lingvistică. Aşadar, a fost nesocotit principiul identităţii.

b) ***Principiul noncontradicţiei***

Acest principiu a fost formulat pentru prima dată de Aristotel: „este peste putinţă ca unuia şi aceluiaşi subiect să i se potrivească şi totodată să nu i se potrivească sub acelaşi raport unul şi acelaşi predicat" [7].

Ca principiu logic, acesta reclamă exigenţa *consistenţei: în acelaşi timp şi sub acelaşi raport o propoziţie nu poate fi adevărată împreună cu contradicţia ei* [8]. În orice demers pe care-l întreprindem, nu putem include „în acelaşi timp şi sub acelaşi raport", atât propoziţia „$2+2=4$" cât şi propoziţia „$2+2\neq 4$".

c) ***Principiul terţului exclus*** (*tertium non datur*)

Tot lui Aristotel îi revine meritul de a fi formulat pentru prima dată principiul logic al terţului exclus: „Dar nu e cu putinţă nici ca să existe un termen mijlociu între cele două membre extreme ale unei contradicţii, ci despre un obiect trebuie neaparat sau să fie afirmat sau negat fiecare predicat" [9].

Dacă principiul noncontradicţiei respinge posibilitatea ca o propoziţie şi contradictoria ei să fie simultan adevărate, principiul terţului exclus respinge posibilitatea ca o propoziţie şi contradictoria ei să fie simultan false. Iată un fragment din Leibniz care lămureşte relaţia dintre aceste două principii, în forma relaţiei dintre următoarele două formulări: „una, că *adevărul şi falsul nu sunt compatibile în aceeaşi propoziţie* sau că o propoziţie nu ar putea să fie adevărată şi falsă în acelaşi timp; cealaltă, că *opusul sau negaţia adevărului şi falsului nu sunt compatibile*, sau că nu există mijlociu între adevărat şi fals, sau că *nu se poate ca o propoziţie să nu fie nici adevărată nici falsă*" [10].

Exemple intuitive, elementare, ne arată totuşi că acest principiu nu are extensiunea primelor două, deoarece există situaţii în care între cele două valori de adevăr ale propoziţiilor (adevărat şi fals) trebuie admisă o a treia (nedeterminatul). Chiar Aristotel dă un exemplu de acest gen. De ori câte ori ne referim la evenimente viitor-contingente, cea de-a treia valoare trebuie admisă [11]. Pentru propoziţii de genul „Mâine va avea loc o bătălie navală" şi „Mâine nu va avea loc o bătălie navală", cea de-a treia posibilitate este admisă: indecizia [12].

Este uşor de constatat că valabilitatea principiului terţului exclus este sincronă acceptării ideii semantice a *bivalenţei*: orice propoziţie admite strict una din cele două valori de adevăr: adevărat sau fals.

---

[7] Aristotel, *Metafizica*, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1965, IV, 3, 1005 b, 19.

[8] Pentru o analiză a diferitelor expresii ale principiilor logice, comp. N. Rescher, *Many-valued logics*, McGraw-Hill, 1969.

[9] Aristotel, *Metafizica*, IV, 7, 1011b.

[10] Leibniz, *Nouveaux*..., IV, II, 1.

[11] Cf. Aristotel, *Organon*.

[12] Respingerea validităţii terţului exclus va face carieră în logica intuiţionistă, pentru acele cazuri în care operăm cu mulţimi infinite. Comp. C. Calude, *Matematici constructive*, Ed. Ştiinţifică, Bucureşti, 1995.

Exigența reclamată de principiul terțului exclus este *coerența: în același timp și sub același raport o propoziție logică este adevărată sau falsă, cea de-a treia posibilitate este exclusă.*

d) ***Principiul rațiunii suficiente***

Ca principiul logic, acesta ne cere *să nu acceptăm sau respingem vreo propoziție fără a dispune de vreun temei suficient, în demersul pe care-l întreprindem*[13]. El exprimă o relație de condiționare între propoziții. Lingvistic, condiționările pot fi redate astfel: „*dacă p, atunci q*" (condiționarea suficientă), unde *p* și *q* denotă propoziții, „*dacă nu p, atunci nu q*" (condiționarea necesară) sau „*p dacă și numai dacă q*" (condiționarea necesară și suficientă). Teoriile științifice sunt interesate înainte de toate de *condițiile suficiente* ale adevărului propozițiilor lor și, de aici, exigența conținută în principiul rațiunii suficiente.

## 1. TEORIA TERMENILOR LOGICI

Atunci când atribuim o valoare de adevăr unei propoziții, în raționările noastre curente, o facem ținând seamă de modul în care părțile lor constitutive se îmbină. Propoziția *Cerul este albastru*, de exemplu, este adevărată dacă „albastru" poate fi spus (i.e. predicat) despre „cer". În caz contrar, propoziția este falsă. Elementele constitutive ale propozițiilor sunt *termenii.* Însă nu toți termenii unui limbaj au același rol în limbajul respectiv. Unii au atât înțeles de sine stătător, desemnând clase de obiecte, cât și înțeles contextual, fiind părți ale propozițiilor. Aceşti termeni se numesc *categorematici*. Alții, în schimb, ajută la construcția propozițiilor, cuantificând, modalizând, conectând etc („unii", „toți", „e posibil", „e necesar", „și", „fără", „sau", „este", ş. a.). Aceşti termeni se numesc *sincategorematici*.

În continuare, în acest paragraf dedicat teoriei termenilor, vom avea în vedere strict *teoria termenilor categorematici*, adică teoria acelor termeni care pot deveni *subiect logic* și *predicat logic* într-o propoziție[14].

O remarcă trebuie să facem însă de-ndată. Termenii categorematici nu sunt întotdeauna expresii formate dintr-un singur cuvânt, ci și construcții mai complexe, uneori chiar fraze: „radiație remanentă", „orchestră de cameră", „număr prim între 6 și 9", compozitorul lucrării "Ruslan și Ludmila"", etc. În cele ce urmează ne interesează, firește, termenii categorematici ca *termeni logici*, ca o formă logică distinctă, cu o structură proprie ireductibilă la exprimarea ei lingvistică[15].

*Definiția 1. Termenul logic este forma logică elementară care denotă clase de obiecte.*

### *1.1. Structura termenilor logici*

În structura oricărui termen logic pot fi puse în evidență două componente: *extensiunea* și *intensiunea*. Un exemplu simplu ne arată în ce constau ele. „Carte", de exemplu, este un termen logic a cărui extensiune (sferă) este totalitatea cărților existente. Totodată, „carte" înseamnă totalitatea *trăsăturilor* pe care le posedă orice obiect care poate fi numit carte. Aceste trăsături se constituie în ceea ce numim *intensiunea* (conținutul) termenului „carte".

---

[13] Principiul rațiunii suficiente este mai curând un principiu metalogic: nu introduce vreo exigență fără de care gândirea nu s-ar putea manifesta, ci exprimă un principiu cuprinzător, valabil în orice demers cognitiv.

[14] În logica tradițională această categorie de termeni se constituie „noțiunile".

[15] Unitatea dintre termenul logic și unitatea lingvistică se numește *expresie*. Orice expresie, care poate fi subiectul sau predicatul unei propoziții, are aşadar o dublă dimensiune, logică și lingvistică.

*Definiția 1.1. Extensiunea unui termen logic este componenta structurală care constă în totalitatea obiectelor ale căror proprietăți formează intensiunea termenului logic.*

*Definiția 1.2. Intensiunea unui termen logic este componenta structurală care constă în totalitatea însuşirilor obiectelor care formează extensiunea termenului logic*.

Corespondența structurală dintre cele două definiții (i.e. faptul să una se obține din cealaltă permutând termenii „extensiune", „obiect", „intensiune" cu „intensiune", „însuşire", „extensiune") se numeşte *dualitate*.

Între extensiunea şi intensiunea unui termen putem pune în evidență raportul variației inverse a extensiunii şi intensiunii (construiți un exemplu).

### *1.2. Raporturile dintre termenii logici*

Distincția logică dintre extensiune şi intensiune fundamentează distincția dintre cele două tipuri de raporturi logice: extensionale şi intensionale.

*Raporturile extensionale* dintre doi termeni logici sunt raporturile dintre clasele la care se referă, raporturi formulate în termenii incluziune-excluziune. Aceste raporturi extensionale pot fi exhaustive sau neexhaustive, după cum raportul respectiv epuizează sau nu universul de discurs[16].

1. *Subordonare neexhaustivă*. În acest caz, extensiunea unui termen S este inclusă în extensiunea celuilalt (P), fără exhaustivarea universului de discurs (U). (Exemplu: S = aur, P = metal, U = element chimic).

2. *Supraordonare neexhaustivă* (Raportul convers lui 1).

3. *Intersecție neexhaustivă*. Extensiunile celor doi termeni au elemente comune, dar şi elemente diferite şi nu epuizează universul de discurs. (Exemplu: S = număr par, P = număr prim, U = număr natural).

4. *Identitate neexhaustivă*. Extensiunile celor doi termeni coincid, fără a epuiza universul de discurs (Exemplu: S = 2, P = număr par şi prim, U = număr natural).

5. *Intersecție exhaustivă*. Cele două extensiuni au elemente comune dar acoperă întreg universul de discurs: $S = Z^+ \cup \{0\}$, $P = Z^- \cup \{0\}$, $U = Z$.

6. *Excluziune neexhaustivă*. Cele două extensiuni nu au nici un element în comun şi nici nu exhaustivează universul de discurs (construiți un exemplu).

7. *Excluziune exhaustivă*. Nici în acest caz extensiunile nu au elemente comune, dar epuizează U (Exemplu: organic – neorganic, roşu – nonroşu, etc).

*Raporturile intensionale* sunt raporturile dintre termeni considerate din perspectiva însuşirilor, respectiv dacă termenii respectivi pot figura sau nu simultan ca însuşiri într-un alt termen. Dacă da, atunci raporturile care se stabilesc sunt de *concordanță*, în caz contrar sunt de *opoziție*. Deja specificarea făcută mai sus a raporturilor extensionale ne permite să deosebim cele două clase de raporturi intensionale (de concordanță: primele 5, de opoziție: ultimele două).

Cele două tipuri de raporturi de excluziune (exhaustivă, neexhaustivă) fundamentează două raporturi logice distincte dintre propozițiile logice: contradicție şi contrarietate. De aceea raportul de excluziune exhaustivă dintre termenii logici se mai numeşte şi raport de

[16] Universul de discurs pentru două clase S, P este clasa supraordonată (includentă) claselor în discuție. „Mamifer" şi „vertebrat" pot avea ca univers de discurs „animal" etc.

contradicție, iar cel de excluziune neexhaustivă se mai numeşte şi raport de contrarietate. Să vedem mai îndeaproape în ce constă distincția.

Raportul de contrarietate se stabileşte între extensiunile a doi termeni astfel încât clasele respective nu acoperă întreg universul de discurs. Aşadar, universul de discurs conține cel puțin trei clase reciproc exclusive. „Roşu" şi „galben" nu epuizează unversul „culoare". Termenii contrari nu pot fi în acelaşi timp predicați despre acelaşi obiect (un obiect nu poate fi în acelaşi timp şi roşu şi galben), dar pot fi negați (din faptul că un obiect nu este roşu, nu rezultă că este galben, căci poate fi verde, albastru, etc). Neputând fi asertați simultan despre acelaşi obiect, raportul dintre termenii contrari este fundamentat de principiul logic al noncontradicției.

*Raportul de contradicție* se stabileşte între două extensiuni care exhaustivează universul de discurs: „roşu – nonroşu", „par – impar", „organic – anorganic" etc. În acest caz, fiecare termen este negația celuilalt. Întrucât divid universul de discurs strict în două clase, ei nu pot fi nici asertați simultan, nici negați simultan despre acelaşi obiect. Motiv pentru care acest raport dintre termenii logici este fundamentat simultan de principiul noncontradicției şi de principiul terțului exclus.

*Remarcă*. Teoria termenilor logici include şi tema clasificării termenilor logici, cea a diferitelor reprezentări diagramatice dintre ei sau tema operațiilor logice cu termeni (diviziune, clasificare, definire etc). Capitolul de față nu include şi aceste abordări[17].

## 2. TEORIA PROPOZIȚIILOR CATEGORICE

### *2.1. Propoziții categorice*

Termenii logici pot figura, în multele lor posibilități de conectare, drept componente în structuri mai complexe, numite propoziții. În acest paragraf nu vom face un inventar al tuturor propozițiilor, ci vom selecta o clasă de astfel de propoziții şi o explicităm în determinațiile ei esențiale. Clasa avută în vedere este cea a *propozițiilor categorice*.

*Definiția 2.1. O propoziție categorică este o structură logico-lingvistică în care se enunță ceva despre elementele unei clase de obiecte*.

Exemple de propoziții categorice: 1. Toți studenții au obținut rezultate bune. 2. Nici un participant la manifestație n-a fost chestionat. 3. Unele cărți sunt interesante. 4. Unii concurenți n-au luat premiu. 5. Nigel Kennedy este cel mai strălucit interpret „*Vivaldi*". 6. John Fogerty n-a cântat cu „*Rolling Stones*".

Structura propozițiilor categorice este simplă: doi termeni logici sunt corelați în aşa fel încât ceva se spune despre ceva. Un termen logic este *subiectul logic* al propoziției, celălalt este *predicatul logic*. Legătura dintre ei se poate face în varii feluri: cu verbele *a fi*, *a avea*, cu alte verbe sau pur şi simplu poate fi sublimată (în forma gramaticală a predicatului). Însă, dacă din punct de vedre gramatical în structura unei propoziții categorice pot intra şi alte elemente (adjective, complemente, adverbe etc), sub aspect logic (singurul relevant aici!) o propoziție categorică conține strict două elemente: subiectul logic (*S*) şi predicatul logic (*P*).

### *2.2. Clasificarea propozițiilor categorice*

Fie şi numai enumerarea de mai sus, putem constata unele deosebiri, logic relevante, între propozițiile categorice. Atât în propoziția 1 cât şi în propoziția 2 subiectul logic a fost

[17] Pentru o tratare clară, sistematică a lor, comp. Marga, Stoianovici, Dima, *Logica generală*, pp. 81-123.

luat în considerare (chiar dacă în moduri diferite!) în totalitatea sa. Altfel spus, predicatul logic revine întregii clase denotate de subiect. În ambele cazuri vom vorbi despre propoziții *universale*. În propozițiile 3 şi 4, în schimb, predicatul se referă (revine) unei părți a clasei denotate de subiectul logic , motiv pentru care aceste propoziții se numesc *particulare*. În fine, în cazurile 5 şi 6 clasa denotată de subiectul logic are un singur element; aceste propoziții se numesc *individuale*. Această clasificare s-a făcut după *criteriul cantității*, respectiv dacă predicatul revine sau nu întregii extensiuni a subiectului logic. Putem uşor constata că, aplicând acest criteriu, propozițiile individuale au forma propozițiilor universale şi deci, în cele ce urmează vor fi incluse în această clasă. După cantitate deosebim aşadar: propoziții universale şi particulare.

Acum, dacă luăm propozițiile 1, 3 şi 5, pe de-o parte, şi 2, 4 şi 6, pe de alta, vom observa că cele două clase de propoziții se deosebesc prin următorul fapt: în prima clasă predicatul logic este *afirmat* despre subiect (i.e. nota respectivă aparține subiectului logic, indiferent de extensiunea considerată), în cea de-a doua însă, predicatul logic este *negat* despre subiect. Aşadar, propozițiile categorice pot fi clasificate şi după criteriul *calității*, în *afirmative* şi *negative*.

În cele ce urmează nu vom opera distinct cu cele două clasificări, ci cu una singură, făcută simultan după cele două criterii (cantitate şi calitate), astfel:

1. *SaP*: propoziții universal afirmative
2. *SeP*: propoziții universal negative
3. *SiP*: propoziții particular afirmative
4. *SoP*: propoziții particular negative

Notațiile din frontul fiecărei clase au următoarea sursă: *S* şi *P* sunt elementele structurale ale oricărei propoziții categorice. *a* şi *i*, puse între *S* şi *P* (în cazurile 1 şi 3) sunt primele vocale din cuvântul latin *affirmo* şi ne arată că în ambele cazuri avem propoziții afirmative (prima universală, a doua particulară). Vocalele *e* şi *o* din *SeP* şi *SoP* sunt vocalele conținute în *nego* şi ne indică faptul că propozițiile respective sunt negative. Această abreviere notațională are un avantaj operațional în analiza raporturilor logice dintre propozițiile respective [18].

*Remarcă*. Nu întotdeauna în limbajul natural cele patru tipuri de propoziții categorice au forma de mai sus. *Unii S sunt P* (*SiP*) nu exclude, în clasificarea făcută, posibilitatea ca *Toți S să fie P* (*SaP*). Însă, dacă o propoziție particulară este formulată *Numai unii S sunt P*, atunci această posibilitate este exclusă. În primul caz avem o propoziție particulară inclusivă, în cel de-al doilea exclusivă. Adusă la forma uzuală din clasificarea făcută, propoziția *Numai unii S sunt P* devine *Unii S nu sunt P*. Aşa cum propoziția *Numai unii S nu sunt P* devine *Unii S sunt P*.

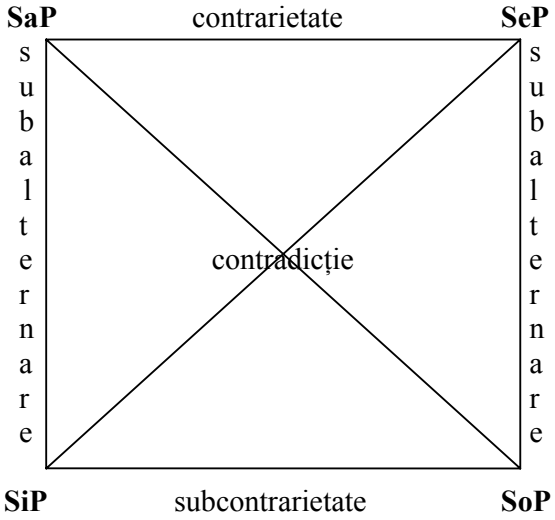
Alteori propozițiile particulare au forma: *Numai S sunt P*, respectiv *Numai S nu sunt P*. Asemenea propoziții particulare exclusive se pot transforma, echivalent, în propoziții universale, de aceeaşi calitate, dar în care *S* şi *P* îşi schimbă reciproc locul. Ele devin *Toți P sunt S*, respectiv *Nici un P nu este S*.

### *2.3. Raporturile logice dintre propozițiile categorice*

Aşa cum între termenii logici există o serie de raporturi logice, tot astfel între propozițiile categorice putem pune în evidență nişte raporturi specifice. Dacă, de exemplu,

[18] Alteori apar doar majusculele corespunzătoare: A, E, I, O, cu semnificația SaP, SeP, SiP, SoP.

propoziția *Toți studenții sunt prezenți* este adevărată, atunci propozițiile *Unii studenți nu sunt prezenți* şi *Nici un student nu este prezent* sunt false. Aşa cum, dacă propoziția *Unii studenți nu sunt prezenți* este falsă, propoziția *Unii studenți sunt prezenți* este adevărată etc. Raporturile logice dintre propozițiile categorice pot fi redate schematic prin *pătratul lui Boethius* [19].




Aşa cum vom vedea, această reprezentare simplă ne pune în evidență o particularitate logic relevantă a acestor raporturi: sub asumpția *adevărului* sau *falsității* unei propoziții (din cele patru) putem conchide asupra valorii de adevăr a celorlalte propoziții. Dacă $SaP = 1$[20], atunci $SoP = 0$, $SeP = 0$ iar $SiP = 1$. Dacă $SiP = 0$, atunci $SeP = 1$, $SoP = 1$ şi $SaP = 0$ (construiți exemple în limbajul natural, care ilustrează aceste cazuri).

Să caracterizăm succint cele 4 tipuri de raporturi logice.

***Raportul de contradicție***. Se stabileşte între propozițiile *SaP – SoP* şi *SeP – SiP* (diagonalele pătratului). Să luăm, ca exemplu, propozițiile *SaP* şi *SoP*.

1. Dacă $SaP = 1$, atunci $SoP = 0$. $1^*$. $SaP \supset \neg SoP$
2. Dacă $SaP = 0$, atunci $SoP = 1$. $2^*$. $\neg SaP \supset SoP$
3. Dacă $SoP = 1$, atunci $SaP = 0$. $3^*$. $SoP \supset \neg SaP$
4. Dacă $SoP = 0$, atunci $SaP = 1$. $4^*$. $\neg SoP \supset SaP$

Altfel spus, raportul de contradicție se stabileşte între două propoziții cantitativ şi calitativ opuse, astfel că ele *nu pot fi nici adevărate simultan şi nici false simultan*.

În coloana din dreapta sunt redate simbolic aceste raporturi, unde „$\supset$” este *implicația* iar „$\neg$” este *negația*[21]. Din expresiile simbolice $1^* - 4^*$ deducem că în raportul de contradicție o propoziție este echivalentă (i.e. are aceeaşi valoare logică) cu negația celeilalte. Putem scrie aşadar: $SaP \equiv \neg SoP$ echivalent $(SaP \supset \neg SoP) \wedge (\neg SoP \supset SaP)$[22], sau

$\neg SaP \equiv SoP$ echivalent $(\neg SaP \supset SoP) \wedge (SoP \supset \neg SaP)$.

[19] Boethius (480-524).

[20] „1” şi „0” denotă valorile de adevăr „adevărat” şi „fals”.

[21] Pus în fața unei expresii, simbolul „$\neg$” denotă negația expresiei respective: $\neg SoP$ înseamnă: „propoziția SoP este falsă” (şi nicidecum negația lui S!); $\neg P(x)$ înseamnă „$P(x)$ este falsă” etc.

[22] În logica propozițiilor aceste derivări succesive se numesc *transformări echiveridice*. Pentru detalii trimitem la Cap. 2 ( § 3.1).

*Remarcă*. A doua formulă s-a obținut din prima transformând formula $\neg(\neg SaP \wedge \neg SoP)$ în formula $\neg\neg SaP \vee \neg\neg SoP$, pe baza Legilor lui De Morgan iar apoi, prin eliminarea negațiilor duble, am obținut cea de-a treia formulă, care ne arată următorul fapt: relațiile logice dintre propozițiile contradictorii sunt fundamentate atât de principiul logic al noncontradicției (primul conjunct: $\neg(SaP \wedge SoP)$) cât şi de principiul logic al terțului exclus (al doilea conjunct: $SaP \vee SoP$).

***Raportul de contrarietate***. Se stabileşte între propozițiile universale de calitate opusă: SaP – SeP. Pe baza unor exemple simple din limbajul natural putem constata că acest raport poate fi caracterizat astfel:

5. Dacă $SaP = 1$, atunci $SeP = 0$. $5^*$. $SaP \supset \neg SeP$
6. Dacă $SaP = 0$, atunci $SeP = ?$. $6^*$. $\neg SaP \supset ?$
7. Dacă $SeP = 1$, atunci $SaP = 0$. $7^*$. $SeP \supset \neg SaP$
8. Dacă $SeP = 0$, atunci $SaP = ?$. $8^*$. $\neg SeP \supset ?$

În formulările de mai sus simbolul „?” exprimă faptul că valoarea de adevăr a propoziției respective nu poate fi asertată, sub asumpția condiției din enunț. Adică, din faptul că propoziția *SaP* este falsă, nu putem spune ce valoare de adevăr are propoziția *SeP* (ea poate fi falsă sau adevărată). Aşadar, două propoziții aflate în raport de contrarietate *nu pot fi adevărate simultan dar pot fi false simultan*. În redare simbolică: $\neg(SaP \wedge SeP)$, echivalent $\neg SaP \vee \neg SeP$, echivalent $SaP \supset \neg SeP$ sau $SeP \supset \neg SaP$.

Cum nu pot fi adevărate simultan, rezultă că raportul de contrarietate este fundamentat pe principiul logic al noncontradicției.

***Raportul de subcontrarietate***. Se stabileşte între propozițiile particulare de calitate opusă: *SiP* şi *SoP*. Aici vom avea, corespunzător:

9. Dacă $SiP = 1$, atunci $SoP = ?$. $9^*$. $SiP \supset ?$.
10. Dacă $SiP = 0$, atunci $SoP = 1$. $10^*$. $\neg SiP \supset SoP$.
11. Dacă $SoP = 1$, atunci $SiP = ?$. $11^*$. $SoP \supset ?$.
12. Dacă $SoP = 0$, atunci $SiP = 1$. $12^*$. $\neg SoP \supset SiP$.

Două propoziții subcontrare nu pot fi false simultan, dar pot fi adevărate. Adică, $\neg(\neg SiP \wedge \neg SoP)$, echivalent $\neg\neg SiP \vee \neg\neg SoP$, echivalent $SiP \vee SoP$. Sau, echivalent $\neg SiP \supset SoP$ sau $\neg SoP \supset SiP$. Raportul de subcontrarietate este fundamentat de principiul logic al terțului exclus.

***Raportul de subalternare***. Acest raport are loc între o propoziție universală şi particulara de aceeaşi calitate. Adică între *SaP* şi *SiP*, respectiv *SeP* şi *SoP*. Următoarele expresii explicitează acest raport (considerăm doar *SaP* şi *SiP*):

13. Dacă $SaP = 1$, atunci $SiP = 1$. $13^*$. $SaP \supset SiP$.
14. Dacă $SaP = 0$, atunci $SiP = ?$. $14^*$. $\neg SaP \supset ?$.
15. Dacă $SiP = 1$, atunci $SaP = ?$. $15^*$. $SiP \supset ?$.
16. Dacă $SiP = 0$, atunci $SaP = 0$. $16^*$. $\neg SiP \supset \neg SaP$.

Propozițiile *SiP* şi *SoP* sunt subalterne propozițiilor *SaP* şi, respectiv, *SeP*: aşa cum *SaP* şi *SeP* sunt supraalterne propozițiilor *SiP* şi *SoP*. Aşadar, raportul de subalternare înseamnă: *adevărul supraalternei implică adevărul subalternei*, respectiv, *falsitatea subalternei implică falsitatea supraalternei.*

*Remarcă.* Două propoziții contrare pot fi false simultan, aşa cum două propoziții subcontrare pot fi adevărate simultan. Dacă vrem să vedem în ce caz se întâmplă acest lucru, atunci vom proceda după cum urmează. Din cele 7 tipuri de raporturi extensionale dintre termenii logici, dacă renunțăm la distincția exhaustiv-neexhaustiv (irelevantă aici), rămân doar 5: identitate, subordonare, supraordonare, intersecție şi opoziție. Considerăm acum că cei doi termeni logici avuți în vedere sunt subiectul (*S*) şi predicatul (*P*) unei propoziții. Desigur, valoarea ei logică depinde de raportul dintre termenii logici *S* şi *P*. Dacă ținem seamă de toate aceste 5 raporturi dintre termenii *S* şi *P*, atunci raporturile logice dintre propozițiile categorice, din pătratul lui Boethius, pot fi redate, mai nuanțat, prin următorul tabel:

| | Identitate | Subordonare | Supraordonare | Intersecție | Opoziție |
|---|---|---|---|---|---|
| *SaP* | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| *SeP* | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| *SiP* | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| *SoP* | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Deci, dacă *S* şi *P* se află în raport de identitate, atunci *SaP* (adică *Toți S sunt P*) este o propoziție adevărată, *SeP* este falsă, *SiP* este adevărată $SoP = 0$, etc. E uşor de văzut că toate raporturile mai sus discutate pot fi „citite" pe acest tabel. Mai mult chiar, putem constata că două propoziții subcontrare pot fi false simultan dacă *S* şi *P* se află în raport de supraordonare şi de intersecție. Caz în care două propoziții subcontrare pot fi adevărate simultan.

*Exerciții*.

1. Argumentați că date fiind raporturile de contradicție şi contrarietate raportul de subalternare poate fi dedus.
2. Argumentați că date fiind raporturile de contradicție şi subcontrarietate raportul de subalternare poate fi dedus.
3. Comparând raporturile logice din pătratul lui Boethius cu funcțiile de adevăr din Cap. *Logica propozițiilor*, § 2 *Semantica* $\mathcal{L}_p$, determinați, în fiecare caz în parte, ce funcții de adevăr corespund acestor raporturi.

   *Exemplu:* Raportul de subalternare *SaP*-*SiP* este redat de funcția implicație: $SaP \supset SiP$ (la fel, $SeP \supset SoP$) etc.

## 3. TEORIA INFERENȚEI

Aşa cum termenii logici intră în construcția propozițiilor, tot astfel propozițiile participă la constituirea celei mai complexe forme logice: cea a inferenței. Inferarea ține de însuşi modul de a fi al ființelor umane ca ființe raționale. Facem inferențe mereu, de la cele curente, cotidiene, până la cele mai complexe, realizate în domeniile excepționale ale cercetării ştiințifice.

*Definiția 3. Inferența este operația logică prin care din una sau mai multe propoziții asumate ca premise obținem o altă propoziție numită concluzie.*

Inferențele sunt de o mare diversitate. Dacă luăm drept criteriu gradul de generalitate al concluziei în raport cu premisele, vom deosebi: *inferențe deductive* şi *inferențe inductive*. O altă clasificare o putem face având în vedere dacă inferențele respective sunt *valide* (i.e. conservă în concluzie adevărul premisei/premiselor) sau *nevalide* (i.e. adevărul

premisei/premiselor nu garantează adevărul concluziei). Logica se interesează exclusiv de inferențele valide. Iar dacă numărul premiselor este cel avut în vedere, atunci deosebim: *inferențe imediate* (i.e. inferențe cu o singură premisă) şi *inferențe mediate* (i.e. inferențe cu două sau mai multe premise). La aceste din urmă inferențe ne vom opri în cele ce urmează, cu mențiunea că propozițiile lor constitutive sunt *propoziții categorice*.

### *3.1. Inferențe imediate*

Dacă ştim, de exemplu, că propoziția *Toți studenții sunt prezenți* este adevărată, atunci, fără a face investigații empirice, ştim că şi propoziția *Unii dintre cei prezenți sunt studenți* este la fel. Adevărul primeia garantează adevărul celei de-a doua. Această operație prin care din prima propoziție (*SaP*) am obținut-o pe cea de-a doua (*PiS*) nu este o simplă transformare lingvistică, ci o operație *logică*, cea a *conversiunii*.

*Definiție 3.1.1. Conversiunea este inferența imediată prin care dintr-o propoziție S-P derivăm o altă propoziție de forma P-S (i.e. termenii logici îşi schimbă locul şi deci şi funcțiile).*

Să vedem acum în ce fel se convertesc cele 4 tipuri de propoziții categorice.

$SaP \xrightarrow{C} PiS$; aici $\xrightarrow{C}$ indică operația logică a conversiunii. Chiar şi din exemplul de mai sus ne putem da seama că din propoziția *SaP* prin conversiune n-am fi putut obține propoziția *PaS,* adică *Toți cei prezenți sunt studenți*, pentru că această propoziție nu este întotdeauna adevărată. Şi deci inferența făcută ar fi nevalidă. Însă dacă *SaP* este adevărată, atunci şi *PiS* este adevărată. Premisa *SaP* se numeşte *convertendă* iar *PiS* se numeşte *conversă*. Întrucât în acest caz cantitatea premisei s-a alterat (i.e. din universală am obținut o particulară), conversiunea se numeşte *prin accident*.

$SeP \xrightarrow{C} PeS$ (conversiune simplă)

$SiP \xrightarrow{C} PiS$ (conversiune simplă)

$SoP \xrightarrow{C} ?$ (nu se convertesc)

Pe baza unor exemple simple putem să vedem că propozițiile particular negative *nu* se convertesc. Aşadar, adevărul unei propoziții *SoP* nu poate garanta întotdeauna adevărul conversei ei *PoS.* Din adevărul propoziției *Unii oameni nu sunt ingineri* nu putem conchide *Unii ingineri nu sunt oameni*. În schimb, din propoziția *Unii studenți nu sunt logicieni* putem conchide că *Unii logicieni nu sunt studenți*. Întrucât nu întotdeauna concluzia este o propoziție adevărată, vom spune că propozițiile *SoP* nu se convertesc.

După cum se vede, prin conversiune obținem întotdeauna o propoziție de aceeaşi calitate. Propozițiile *SeP* şi *SiP* se convertesc simplu (în aceste cazuri şi cantitatea se conservă), *SaP* se converteşte prin accident iar *SoP* nu se convertesc.

Aşa cum din propoziții *SoP* adevărate *uneori* obținem propoziții *PoS* adevărate, tot astfel din propoziții *SaP* adevărate *uneori* obținem propoziții *PaS* adevărate. În logică este relevantă şi cunoaşterea acestor situații. Aşa cum relevant a fost şi răspunsul din paragraful precedent cu privire la situațiile în care două propoziții contrare/subcontrare pot fi false/adevărate simultan. Şi în acest caz răspunsul poate fi dat ținând seamă de raportul dintre termenii logici *S* şi *P*. Pentru aceasta considerăm din nou cele cinci raporturi extensionale şi determinăm, în fiecare caz în parte, adevărul propozițiilor *SaP, PaS, SeP, PeS, SiP, PiS, SoP, PoS*.

*Exemplu*. Dacă *S* şi *P* sunt în raport de identitate, atunci atât *SaP* cât şi *PaS* sunt adevărate. În acest caz din propoziția *SaP*, prin conversiune, obținem *PaS* etc.

Tot astfel putem determina cazul în care *SoP* se converteşte (exercițiu).

Gama inferențelor imediate nu se reduce însă la conversiune. Dacă, de exemplu, propoziția *Toți studenții sunt bursieri* este adevărată, atunci va fi adevărată şi propoziția *Nici*

*un student nu este nebursier*. În acest caz vorbim despre o altă operație *logică*, cea a *obversiunii*.

*Definiția 3.1.2. Obversiunea este inferența imediată prin care dintr-o propoziție S-P derivăm o altă propoziție de forma* $\overline{S-\overline{P}}$.

Premisa se numeşte *obvertendă* iar concluzia *obversă*. Notația $\overline{S-\overline{P}}$ are următoarea semnificație: în concluzie termenii logici îşi păstrează locul, predicatul este *negat*[23] iar bara de deasupra întregii expresii înseamnă înlocuirea reciprocă a operatorilor intrapropoziționali *a* cu *e* şi *i* cu *o*. Adică:

$SaP \xrightarrow{O} Se\overline{P}$ (locul barei de deasupra întregii expresii este preluat de transformarea lui *a* în *e*).

$SeP \xrightarrow{O} Sa\overline{P}$ (explicație similară).

$SiP \xrightarrow{O} So\overline{P}$

$SoP \xrightarrow{O} Si\overline{P}$

Simbolul $\xrightarrow{O}$ indică operația logică a *obversiunii* (construiți exemple pentru fiecare caz în parte).

În cazul obversiunii *cantitatea* premisei se conservă în concluzie, în toate cele patru cazuri.

Cele două inferențe imediate, aplicate succesiv (şi alternativ) asupra unei propoziții categorice permit derivarea unor propoziții de alte tipuri decât cele menționate mai sus. Să luăm, de exemplu, propoziția *SaP* şi să aplicăm alternativ cele două operații, începând cu obversiunea. Vom obține:

$SoP \xrightarrow{O} Se\overline{P} \xrightarrow{C} \overline{P}eS \xrightarrow{O} \overline{P}a\overline{S} \xrightarrow{C} \overline{S}i\overline{P} \xrightarrow{O} \overline{S}oP$

Propozițiile obținute în paşii 3 şi 4, respectiv $\overline{P}eS$ şi $\overline{P}a\overline{S}$ se numesc *contrapuse*, iar ultimele două propoziții $\overline{S}i\overline{P}$ şi $\overline{S}oP$ se numesc *inverse*. Să le considerăm pe rând.

*Definiția 3.1.3. Contrapoziția este inferența imediată prin care dintr-o propoziție S-P derivăm o altă propoziție de forma* $\overline{P}-\left(S/\overline{S}\right)$ *(i.e. obținem o concluzie al cărei subiect este contradictoriul predicatului premisei).*

Premisa se numeşte *contraponendă* iar concluzia *contrapusă.* Notația $S/\overline{S}$ simbolizează următorul fapt: predicatul concluziei este fie subiectul premisei, fie subiectul *negat* al premisei. În primul caz, când concluzia are forma $\overline{P}-S$ vorbim despre contrapusă *parțială*, în cel de-al doilea, $\overline{P}-\overline{S}$, de contrapusă *totală*.

*Definiția 3.1.4. Inversa este inferența imediată prin care dintr-o propoziție S-P derivăm o altă propoziție de forma* $\overline{S}-\left(P/\overline{P}\right)$ *(i.e. obținem o concluzie al cărei subiect este contradictoriul subiectului premisei).*

Şi în acest caz notația $P/\overline{P}$ simbolizează faptul că o inversă poate să fie *parțială* (de forma $\overline{S}-P$) sau *totală* (de forma $\overline{S}-\overline{P}$) (Construiți exemple).

Aşadar, prin aplicarea repetată şi alternativă a conversiunii şi obversiunii putem obține toate propozițiile adevărate dintr-o propoziție dată ca adevărată.

$SaP \xrightarrow{C} PiS \xrightarrow{O} Po\overline{S}$

[23] De câte ori ne vom referi la termenii logici strict *extensional* (i.e. termeni care denotă *clase* de obiecte) vom utiliza, pentru *clasa complementară*, o bază deasupra simbolului respectiv ($\overline{S}$, $\overline{M}$, $\overline{P}$). Aşadar $\overline{P}$ (*P* negat) înseamnă: „clasa complementară lui *P*" (adică non *P*).

$SaP \xrightarrow{O} Se\overline{P} \xrightarrow{C} \overline{P}eS \xrightarrow{O} \overline{P}a\overline{S} \xrightarrow{C} \overline{S}i\overline{P} \xrightarrow{O} \overline{S}oP$

$SeP \xrightarrow{C} PeS \xrightarrow{O} Pa\overline{S} \xrightarrow{C} \overline{S}iP \xrightarrow{O} \overline{S}o\overline{P}$

$SeP \xrightarrow{O} Sa\overline{P} \xrightarrow{C} \overline{P}iS \xrightarrow{O} \overline{P}o\overline{S}$

$SiP \xrightarrow{C} PiS \xrightarrow{O} Po\overline{S}$

$SiP \xrightarrow{O} SoP$

$SoP \xrightarrow{C} ?$

$SoP \xrightarrow{O} Si\overline{P} \xrightarrow{C} \overline{P}iS \xrightarrow{O} \overline{P}o\overline{S}$

*Remarci*. 1. Lanțul derivărilor se opreşte atunci când ajungem la o propoziție *SoP* care urmează să fie convertită.

2. În cazul conversiunii simple (*SeP* şi *SiP*) propozițiile obținute (*PeS* şi *PiS*) sunt echivalente cu premisele lor. În cazul conversiunii prin accident avem doar un raport de implicație $SaP \supset PiS$ .

3. În cazul obversiunii, obvertendele şi obversele sunt propoziții echivalente.

În fine, încheiem acest paragraf cu câteva explicații privitoare la valabilitatea inferențelor imediate.

***Distribuirea termenilor logici***

Să considerăm, de exemplu, propoziția *Unii studenți sunt melomani*. Din această propoziție *nu* putem deriva propoziția *Toți studenții sunt melomani*. În caz contrar derivarea ar fi *nevalidă*, deoarece încalcă următoarea cerință privitoare la inferențele deductive: concluzia unei inferențe deductive nu trebuie să depăşească gradul de generalitate al premisei (premiselor)ei. Gradul de generalitate al concluziei se referă atât la propoziția ca atare cât şi la termenii logici din care se compune. Derivarea de mai sus ar fi nevalidă atât pentru faptul că dintr-o premisă particulară deducem o concluzie universală, cât şi pentru motivul că termenul logic „studenți" este considerat parțial în premisă pe când în concluzie el este luat extensional în întreaga lui sferă. Acest din urmă aspect ne interesează în cele ce urmează. În premisa din exemplul de mai sus, despre termenul logic „studenți" vom spune că este *nedistribuit*, pe când în concluzie este *distribuit*.

*Definiția 3.1.5. Un termen logic este distribuit dacă într-o propoziție este considerat în maxima lui extensiune; în caz contrar el este nedistribuit*.

Trebuie să remarcăm de la bun început că această proprietate a unui termen logic se poate afirma sau nega doar în raport cu propoziția din care termenul logic respectiv face parte ca subiect sau predicat.

Dacă prin „+" înțelegem „distribuit" iar prin „ – " înşelegem „nedistribuit", atunci distribuirea termenilor logici *S* şi *P* în proppozițiile categorice arată astfel: $S^{+}aP^{-}$, $S^{+}eP^{+}$, $S^{-}iP^{-}$, $S^{-}oP^{+}$.

Într-o propoziție universal afirmativă *S* este distribuit, fapt care rezultă chiar din lectura expresiei „Toți *S* sunt *P*". Însă de aici nu deducem nimic cu privire la extensiunea lui *P*, motiv pentru care *P* este considerat nedistribuit. Explicații similare putem găsi şi pentru celelalte 3 cazuri (exercițiu).

Rezumativ, distributivitatea termenilor logici poate fi redată astfel:

1. Subiectul (*S*) este distributiv în propoziții universale.
2. Predicatul (*P*) este distributiv în propoziții negative.

Echivalent, *un termen logic este distributiv dacă este subiectul unei propoziții universale sau predicatul unei propoziții negative*.

Validitatea inferențelor (imediate şi mediate) presupune respectarea unei *reguli* cu privire la distribuirea termenilor logici: *un termen logic poate să apară distribuit în concluzie doar dacă a fost distribuit şi în premisa corespunzătoare*.

O dată formulată această regulă, putem argumenta de ce, de exemplu, conversiunea *simplă* a propozițiilor *SaP* şi *SoP* nu este o inferență validă. Dacă am face astfel de conversiuni, atunci am avea:

$S^+aP^- \xrightarrow{C} P^+aS^-$ şi $S^-oP^+ \xrightarrow{C} P^-oS^+$

În ambele cazuri se încalcă regula distribuirii termenilor. În primul caz, în concluzie, *P* apare distribuit, fără a fi distribuit în premisă, în al doilea, *S* este distribuit în concluzie şi nu este distribuit în premisă.

*Remarcă*. Un termen logic poate fi distribuit în premisă fără a fi distribuit în concluzie (dați exemple).

***Propoziții cu termeni negativi***

Aşa cum am văzut din derivările de mai sus, prin aplicarea repetată a conversiunii şi obversiunii, obținem propoziții în care apar termeni *negați*. Unele din acestea sunt echivalente cu propoziția inițială, altele sunt implicate de propoziția inițială. Cu toate acestea, dată fiind o propoziție categorică, anumite propoziții nu pot fi obținute din aceasta. Din propoziția *SaP*, de exemplu, nu putem obține inversa $\overline{S}a\overline{P}$ (nici reciproc). Motiv pentru care cele două propoziții sunt considerate *independente*. Aşadar, dacă vom considera şi propozițiile cu termeni negați, vom constata că la cele patru tipuri de propoziții categorice, *SaP, SeP, SiP, SoP*, se adaugă încă patru tipuri diferite de propoziții, inversele celor dintâi: $\overline{S}a\overline{P}$, $\overline{S}e\overline{P}$, $\overline{S}i\overline{P}$, $\overline{S}o\overline{P}$. Fiecare dintre aceste opt tipuri are câte trei propoziții *echivalente*. Acestea pot fi găsite exact în modul în care am procedat mai sus: prin aplicarea repetată a conversiunii şi obversiunii. Din *SaP*, de exemplu, am obținut propozițiile echivalente: $Se\overline{P}$, $\overline{P}eS$, $\overline{P}a\overline{S}$. Din *SeP* am obținut: *PeS,* $Pa\overline{S}$ şi $Sa\overline{P}$ etc. La fel putem proceda acum cu propoziția $\overline{S}a\overline{P}$, astfel: $\overline{S}a\overline{P} \xrightarrow{O} \overline{S}eP \xrightarrow{C} Pe\overline{S} \xrightarrow{O} PaS$, obținând trei propoziții echivalente cu $\overline{S}a\overline{P}$. Apoi luăm propoziția $\overline{S}e\overline{P}$ şi procedăm similar, etc (exercițiu). Deosebim, aşadar, în total 32 de propoziții categorice:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $SaP$ | $SeP$ | $SiP$ | $SoP$ | $\overline{S}a\overline{P}$ | $\overline{S}e\overline{P}$ | $\overline{S}i\overline{P}$ | $\overline{S}o\overline{P}$ |
| $Se\overline{P}$ | $Sa\overline{P}$ | $So\overline{P}$ | $Si\overline{P}$ | $\overline{S}eP$ | $\overline{P}e\overline{S}$ | $\overline{P}i\overline{S}$ | $\overline{S}iP$ |
| $\overline{P}eS$ | $PeS$ | $Po\overline{S}$ | $\overline{P}iS$ | $Pe\overline{S}$ | $\overline{P}aS$ | $\overline{P}oS$ | $Pi\overline{S}$ |
| $\overline{P}a\overline{S}$ | $Pa\overline{S}$ | $PiS$ | $\overline{P}o\overline{S}$ | $PaS$ | $\overline{S}aP$ | $\overline{S}oP$ | $PoS$ |

Prima linie a tabelului o reprezintă cele 8 tipuri de propoziții categorice, iar fiecare coloană conține propoziții echivalente.

Aşa cum între cele patru tipuri de propoziții categorice cu termeni pozitivi există raporturile desemnate de pătratul lui *Boethius*, tot astfel putem reprezenta prin acelaşi pătrat logic raporturile dintre propozițiile cu termeni negați. Numai că, de data aceasta, în colțurile pătratului vom pune aceleaşi propoziții *A, E, I, O* dar în care termenii logici sunt negați.

Iar dacă vrem să reprezentăm raporturile logice din toate cele 8 tipuri de propoziții categorice, atunci reprezentarea va fi un *octogon*, în vârfurile căruia vom aşeza cele 8 tipuri de propoziții categorice (plus echivalentele lor) şi vom decupa raporturile corespunzătoare [24].

*Raporturi de contradicție*: între propozițiile *SaP – SoP, SeP – SiP,* $\overline{S}a\overline{P} - \overline{S}o\overline{P}$, $\overline{S}e\overline{P} - \overline{S}i\overline{P}$ (şi echivalentele lor).

*Raporturi de contrarietate*: *SaP – SeP,* $\overline{S}a\overline{P} - \overline{S}e\overline{P}$, *SaP –* $\overline{S}e\overline{P}$, $\overline{S}a\overline{P}$ *– SeP.*

*Raporturi de subcontrarietate*: *SiP – SoP,* $\overline{S}i\overline{P} - \overline{S}o\overline{P}$, *SiP –* $\overline{S}o\overline{P}$, $\overline{S}i\overline{P}$ *– SoP.*

*Raporturi de subalternare*: *SaP – SiP, SeP – SoP,* $\overline{S}a\overline{P} - \overline{S}i\overline{P}$, $\overline{S}e\overline{P} - \overline{S}o\overline{P}$, *SaP –* $\overline{S}i\overline{P}$, $\overline{S}e\overline{P}$ *–* S*oP.*

Pentru fiecare propoziție menționată în această enumerare se consideră toate propozițiile echivalente cu ea (i.e. întreaga coloană din care face parte).

***Exerciții***

1. De ce propozițiile *SiP* nu admit contrapuse?
2. Câte contrapuse admit propozițiile *SaP, SeP* şi *SoP*?
3. De ce propozițiile particulare nu admit inverse?
4. Derivați toate propozițiile categorice adevărate ce decurg din următoarele propoziții: *Numai S sunt P, Numai unii S sunt P, Numai unii S nu sunt P.*
5. Care sunt propozițiile categorice al căror adevăr decurge din adevărul propoziției $Sa\overline{P}$ ?
6. Este dubla obversiune a unei propoziții identică cu propoziția inițială? Dar dubla conversiune? (Argumentați).
7. Este adevărată propoziția de mai jos?

„Un termen logic este distribuit într-o propoziție ddacă [25] el este nedistribuit în contradictoria propoziției respective".

### *3.2. Inferențe mediate (silogismul)*

Dacă în cazul inferențelor imediate concluzia rezlută nemijlocit dintr-o singură premisă, într-o inferență *mediată* concluzia este formulată pe baza a două sau mai multe premise. Forma fundamentală a inferențelor deductive mediate o reprezintă *silogismul* [26].

*Definiția 3.2.1. Silogismul este inferența deductivă mediată prin care din două propoziții asumate ca premise se deduce o altă propoziție numită concluzie.*

*Exemplu*.

| | |
|---|---|
| Toate plantele au o structură celulară. | *MaP* |
| Teiul este o plantă. | *SaM* |
| Teiul are o structură celulară. | *SaP* |

În structura unui silogism intră, aşadar, trei propoziții. Însă, nu oricare trei propoziții formează un silogism. Primele două propoziții, premisele silogismului, au un element comun, care le leagă: *plantă*. Acest element comun se numeşte *termen mediu* (*M*) şi nu apare în concluzia silogismului. Ceilalți doi termeni, predicatul primei premise şi subiectul celei de-a

[24] Din motive tipografice, acest octogon n-a putut fi redat aici. Cititorul poate găsi această reprezentare în E.A. Hacker, „The octogon of opposition", in *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVI, 3, 1975.
[25] Abreviere pentru „dacă şi numai dacă".
[26] Corespunzător, *silogistica* este teoria silogismului. Aceasta reprezintă nucleul logicii tradiționale.

doua apar şi în concluzie, ca predicat (*P*), respectiv subiect (*S*) al concluziei. Aceşti termeni, *S* şi *P*, se numesc *termen minor* (*S*) şi *termen major* (*P*). Corespunzător, premisa care conţine subiectul concluziei se numeşte *premisă minoră* (a doua propoziţie din exemplul de mai sus) iar cea care conţine *predicatul concluziei* (prima premisă) se numeşte *premisă majoră*. Termenul minor şi cel major se numesc, laolaltă, *termeni extremi*. Aşadar, într-un silogism întâlnim trei termeni: S, M şi P, fiecare având strict două ocurenţe (apariţii).

*Remarcă*. Ordinea standard în care sunt redate silogismele în logică este: premisă majoră, premisă minoră, concluzie. Aceasta nu înseamnă că în argumentarea curentă ea este obligatorie. La fel de bine puteam schimba ordinea premiselor păstrând concluzia. Obţineam astfel un silogism echivalent, uneori mai „firesc" decât primul.

### *3.2.1. Figuri şi moduri silogistice*

Dacă vrem să redăm *schematic* silogismul de mai sus, adică să renunţăm la formularea lui în limbajul natural şi să-i explicităm structura abstractă, atunci schema din dreapta reprezintă exact acest lucru. Însă această schemă silogistică nu acoperă nicidecum toate posibilităţile de construire a silogismelor. Şi aceasta din două motive: în structura unui silogism pot să apară şi alte propoziţii decât cele universal aformative; în al doilea rând, felurile în care termenii logici se ordonează pot fi altele decât cele din exemplul de mai sus.

*Exemplu*.

| | |
|---|---|
| Nici un student n-a fost anchetat. | *MeP* |
| Toţi studenţii sunt promovaţi. | *MaS* |
| Unii dintre cei promovaţi n-au fost anchetaţi. | *SoP* |

Dacă avem mai întâi în vedere ordinea termenilor logici într-un silogism, indiferent de tipul propoziţiilor care-l compun, atunci, schematic, putem pune în evidenţă următoarele 4 structuri, numite *figuri silogistice*:

| | | | |
|---|---|---|---|
| M – P | P – M | M – P | P – M |
| S – M | S – M | M – S | M – S |
| S – P | S – P | S – P | S – P |
| (I) | (II) | (III) | (IV) |

În toate aceste cazuri concluzia este aceeaşi, S – P. Deosebirea rezidă în ordinea termenilor din premise, ordine care depinde de *poziţia* pe care termenul mediu o ocupă în premise. *O figură silogistică este deci o structură determinată de funcţia pe care termenul mediu o ocupă în premise*. În cadrul fiecărei figuri silogistice deosebim *moduri silogistice, deosebite între ele prin felul propoziţiilor din care se compun* (i.e. cantitatea şi calitatea acestor propoziţii).

Iar dacă luăm în considerare şi acest aspect, adică tipul propoziţiilor care pot fi premise şi concluzie în fiecare mod din cele 4 figuri silogistice, atunci vom constata că, teoretic, numărul silogismelor care pot fi construite este destul de mare. Respectiv, 4 (cele 4 tipuri de propoziţii care pot fi o premisă) înmulţit cu 4 (cele 4 tipuri care pot fi cealaltă premisă) înmulţit cu 4 (propoziţiile posibile din concluzie) înmulţit cu 4 (cele patru figuri silogistice). Adică $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$. Fireşte, nu toate aceste posibilităţi de construcţie a silogismelor generează silogisme *valide*, adică silogisme în care din adevărul premiselor rezultă în mod necesar adevărul concluziei. Logica este interesată înainte de toate de fundamentarea riguroasă a distincţiei dintre silogismele valide şi cele nevalide, prin formularea unor criterii sau metode de testare şi, aferent, de inventarierea silogismelor valide.

### *3.2.2. Metode de testare a validității silogismelor*

Pentru testarea validității silogismelor avem la îndemână mai multe metode. Ne vom opri, aici, la două dintre ele: una care se bazează pe formularea şi aplicarea regulilor generale ale validității silogismelor, iar cealaltă pe reducerea (directă sau indirectă) a silogismelor la silogisme din figura I, asumate ca valide. Să le considerăm pe rând.

***I. Metoda aplicării regulilor generale***

Să vedem mai întâi care sunt regulile generale ale validității silogismelor şi cum se justifică ele.

*1. Orice silogism valid conține strict trei termeni logici: S, M, P.*

În reprezentarea schematică acest lucru este evident, din moment ce o astfel de schemă conține doar cele trei simboluri. Ca silogisme (i.e. formulate în limbajul natural) pot exista situații în care această regulă este încălcată. Date fiind propozițiile *Creionul este negru, Negru este un cuvânt*, am putea conchide: *Creionul este un cuvânt*. Evident, concluzia nu poate fi acceptată şi deci silogismul este nevalid. Aceasta se datorează faptului că termenul mediu, *negru*, are, în cele două premise, sensuri diferite. În prima exprimă o proprietate a creionului, iar în a doua o entitate lingvistică. Acest silogism nu conține trei termeni, ci patru (neavând, de fapt, termen mediu). Şi deci aici s-a încălcat principiul logic al i*dentității*.

*2. Termenul mediu trebuie să fie distribuit în cel puțin una dintre premise.*

Să considerăm următoarea schemă silogistică:

MiP
SaM
———
SiP

Termenul mediu este nedistribuit în ambele premise (în cea majoră este subiect de particulară, în cea minoră este predicat de afirmativă). Vrem ca pe baza celor două premise să formulăm o concluzie. Este posibilă oricare din următoarele situații contradctorii: *SiP, SeP*.

a) Concluzia *SiP* poate fi derivată din cele două premise, în următorul caz: *M* şi *P* se află în raport de intersecție (premisa majoră) iar *S* este subordonat lui *M* (premisa minoră) şi, *simultan*, *S* se află în raport de intersecție cu *P*.

b) Concluzia *SeP* se poate obține astfel: considerăm, ca mai sus, cele două raporturi conținute în premise, şi, *simultan S* se află în raport de opoziție cu *P*.

Întrucât aceleaşi premise permit obținerea unor concluzii contradictorii, modul în cauză nu poate fi valid. Sursa nevalidității lui este nedistribuirea termenului mediu în cel puțin una din premise (i.e. termenul mediu *M* nu corelează în nici un fel extensiunile termenilor extremi, *S* şi *P*, lăsând deschisă posibilitatea ca între aceştia să existe mai multe raporturi[27].

*3. Un termen logic extrem nu poate să apară distribuit în concluzie dacă n-a fost distribuit în premisa corespunzătoare*.

Să luăm acum următoarea schemă silogistică:

MaP
MaS
———
SaP

[27] Cititorii pot „vizualiza" aceste raporturi, dacă recurg la o reprezentare prin diagrame Euler (exercițiu).

După cum vedem, în concluzie *S* este distribuit, fără a fi distribuit în premisa minoră (fiind predicat de afirmativă). Şi în acest caz putem deriva, pe baza adevărului premiselor, două concluzii contradictorii: *SaP* şi *SoP*.
a) Concluzia *SaP* rezultă din raporturile dintre termeni, conținute în premise (respectiv, *M* este subordonat lui *P* şi lui *S*), plus *S* este subordonat lui *P*.
b) Concluzia *SoP* rezultă, ca mai sus, din raporturile conținute în premise plus *S* şi *P* se află în raport de intersecție.

La fel, pentru a arăta nevaliditatea unui silogism în care P este distribuit în concluzie şi nedistribuit în premisa majoră (Exercițiu).

*4. Cel puțin una din premise trebuie să fie afirmativă (Echivalent: din două premise negative nu se poate deriva în mod valid o concluzie).*

Dacă ambele premise sunt negative, cei trei termeni logici *S, M* şi *P* se află în raport de opoziție (n-au nici un element comun) şi deci *M* nu corelează în nici un fel termenii *S* şi *P* în premise. Şi astfel premisele nu pot constitui o rațiune suficientă pentru concluzie.

*5. Din premise afirmative rezultă o concluzie afirmativă.*

Premisele fiind afirmative, raportul dintre cei trei termeni logici conținuți în premise este unul de concordanță (intensional). Respectiv, extensiunile lor sunt explicitate în forma elementelor *comune* acestor trei termeni. Iar din faptul că *S* şi *P* au elemente comune cu *M* nu putem spune nimic cu privire la elementele lor deosebitoare, dar putem spune cu necesitate ceva cu privire la notele *comune* ale lui *S* şi *P*. Şi deci concluzia trebuie să fie afirmativă. Şi astfel, în virtutea principiului noncontradicției, o concluzie negativă nu se poate nicidecum obține.

*6. Din premise calitativ diferite rezultă o concluzie negativă.*

Premisele fiind calitativ diferite (una afirmativă şi una negativă), fiecare conține un raport diferit cu termenul mediu. Cea afirmativă exprimă faptul că termenul extrem pe care-l conține are o parte *comună* cu termenul mediu, iar cea negativă că termenul extrem pe care-l conține se află în raport de *opoziție* cu termenul mediu. Iar din faptul că raporturile termenilor extremi cu termenul mediu sunt *diferite* putem conchide doar asupra *opoziției* dintre *S* şi *P* (deoarece acel termen logic care apare în premisa negativă este separat în totalitatea extensiunii sale de întreaga extensiune *comună* celuilalt termen şi termenului mediu). Şi astfel putem doar conchide asupra opoziției dintre extremi, fapt redat prin concluzia negativă a silogismului.

*7. Cel puțin una dintre premise trebuie să fie universală (Echivalent: din două premise particulare nu se poate deriva în mod valid o concluzie).*

Să presupunem că ambele premise sunt particulare. Avem astfel următoarele trei posibilități:
a) Ambele premise sunt particular afirmative. În acest caz silogismul nu poate fi valid, deoarece termenul mediu nu este distribuit în cel puțin una dintre premise (aşa cum cere regula 2).
b) Ambele premise sunt negative. Silogismul este nevalid, deoarece încalcă regula 4.
c) O premisă este nagativă, cealaltă afirmativă. În acest caz concluzia este negativă (pe baza regulii 6) şi deci predicatul concluziei este un termen distribuit. Ca silogismul să fie valid, predicatul concluziei ar trebui să fie distribuit şi în premisa majoră. Însă numărul total al termenilor distribuiți în premise este 1 (i.e. predicatul propoziției negative). Şi deci silogismul este nevalid, căci în premise ar trebui să avem doi termeni logici distribuiți (predicatul concluziei şi termenul mediu).

*8. Din premise cantitativ diferite rezultă o concluzie particulară.*

Dacă luăm în considerare şi calitatea premiselor, atunci deosebim următoarele trei cazuri:

a) Ambele premise sunt afirmative. Cum una din premise este universal afirmativă iar cealaltă particular afirmativă rezultă că în premise avem un singur termen logic distribuit: subiectul propoziției universal afirmative. În virtutea regulii 2, acesta trebuie să fie termenul mediu. În acest caz în concluzie S nu poate fi distribuit şi deci concluzia este o propoziție particulară.

b) Ambele propoziții sunt negative. Nici o concluzie nu poate fi derivată în virtutea regulii 4.

c) O premisă este afirmativă şi una negativă. Şi cum o premisă este universală iar una particulară (cf. enunțului regulii) rezultă că numărul total al termenilor distribuiți în premise este 2 (subiectul premisei universale şi predicatul premisei negative). Dintre aceşti doi termeni unul trebuie să fie predicatul concluziei (pentru că premisele fiind diferite calitativ, concluzia este negativă, în virtutea regulii 6, şi deci P este distribuit). Aşadar, subiectul (S) nu poate să fie distribuit în concluzie (cf. regulii 3).

*Remarcă*. În logică propozițiile negative şi cele particulare sunt considerate „mai slabe" decât cele afirmative şi, respectiv, universale. Pentru acest motiv regulile 6 şi 8 pot fi sintetic exprimate astfel: *concluzia urmează partea mai slabă*.

O dată formulate şi justificate regulile generale ale validității silogismelor, inventarierea modurilor valide, proprii fiecărei figuri silogistice, se simplifică. Tot ceea ce trebuie să facem este să testăm, în fiecare caz în parte, dacă modul respectiv respectă sau nu toate cele 8 reguli. Dacă da, atunci este un mod valid. Pentru aceasta considerăm mai întâi toate combinațiile posibile de propoziții categorice, care pot fi *premisele* unui mod, redându-le simbolic (A, E, I, O) în ordinea standard (i.e. premisă majoră – premisă minoră). Obținem astfel:

| | | | |
|---|---|---|---|
| AA | AE | AI | AO |
| EA | EE | EI | EO |
| IA | IE | II | IO |
| OA | OE | OI | OO |

În fiecare dublet, primul simbol denotă premisa majoră iar al doilea premisa minoră. Acum, considerăm *pe rând* cele patru figuri silogistice.

***Modurile valide ale figurii I***

M – P
S – M
———
S – P

Vom lua prima combinație de premise, AA, şi vom construi un mod din figura I iar apoi verificăm dacă respectă toate cele 8 reguli. Avem, aşadar,

MaP
SaM
———
SaP

Formularea concluziei, SaP, s-a făcut pe baza faptului că premisele sunt universal afirmative. Am presupus că şi concluzia este universal afirmativă[28] iar acum vom verifica

[28] Este o presupunere al cărei adevăr trebuie testat. Nu întotdeauna din propoziții universal afirmative se obține o concluzie universal afirmativă (comp. figura a III-a).

dacă modul astfel obținut este într-adevăr valid. Prima regulă este respectată (fapt evident în toate cazurile, dat fiind că operăm doar cu scheme silogistice). M este distribuit cel puțin o dată (i.e. în majoră). S este distribuit în concluzie, dar este distribuit şi în premisa minoră. Cel puțin o premisă este universală şi cel puțin una este afirmativă. Avem aşadar un mod valid din figura I: AA / A (i.e. din două premise universal afirmative s-a obținut o concluzie universal afirmativă).

Trecem acum la următoarea combinație de premise:

MaP
SeM
———
SeP

Întrucât o premisă este negativă, concluzia formulată este negativă. Am presupus că este SeP. Verifiând respectarea celor 8 reguli, constatăm că una din acestea nu este respectată: P apare distribuit în concluzie, dar este nedistribuit în premisa majoră. Şi deci modul este *nevalid*. În acest fel vom proceda în fiecare caz în parte. După excluderea modurilor nevalide din figura I rămân (ca valide!) următoarele patru (exercițiu):

AA / A: BARBARA
EA / E: CELARENT
AI / I: DARII
EI / O: FERIO
———————————
AA / I: BARBARI
EA / O: CELARONT

Cuvintele corespunzătoare fiecărui mod valid sunt denumirile mnemotehnice ale acestora [29]. Fiecare cuvânt mnemotehnic conține trei vocale. Succesiunea acestora în cuvânt denotă succesiunea: *premisă majoră – premisă minoră – concluzie*. Modurile de mai sus sunt modurile valide principale ale figurii I.

Însă, dacă un astfel de mod are concluzie universală, atunci va fi valid şi modul subaltern, a cărui concluzie este particulara (subalterna) concluziei modului principal. Aşadar, fiindcă AA / A este un mod valid, şi modul AA / I (BARBARI) este un mod valid. Similar, din validitatea lui CELARENT conchidem asupra validității lui CELARONT.

***Modurile valide ale figurii a II-a***

Procedăm similar figurii I, numai că, de data aceasta, vom avea în vedere structura specifică figurii a II-a:

P – M
S – M
———
S – P

Dacă luăm prima combinație de premise, AA, vom putea construi modul

PaM
SaM
———
SaP

[29] Date de Petrus Hispanus (1205-1277).

şi vom constata că este un mod nevalid, deoarece M nu este distribuit în cel puțin una din premise. Testând fiecare mod posibil al acestei figuri şi eliminând modurile nevalide, obținem, în final, următoarele moduri valide ale acestei figuri silogistice (exercițiu).

EA / E: CESARE
EI / O: FESTINO
AE / E: CAMESTRES
AO / O: BAROCO

---

EA / O: CESARO
AE / O: CAMESTROP

***Modurile valide ale figurii a III-a***

Procedând similar, obținem următoarele moduri valide:

AA / I: DARAPTI
IA / I: DISAMIS
AI / I: DATISI
EA / O: FELAPTON
OA / O: BOCARDO
EI / O: FERISON

***Modurile valide ale figurii a IV-a***

AA / I: BRAMANTIP
AE / E: CAMENES
IA /I: DIMARIS
EA / O: FESAPO
EI / O: FRESISON

---

AE / O: CAMENOP

Aşadar, din cele 256 de moduri teoretic posibile doar 24 de moduri sunt valide, câte 6 în fiecare figură. Din cele 24, 19 sunt moduri principale iar 5 subalterne. Fiind moduri valide, toate respectă regulile generale ale validității silogismelor. De altfel, aplicarea regulilor generale a constituit *metoda* prin care aceste moduri au fost explicitate.

Însă, găsirea modurilor valide din fiecare figură silogistică o putem face şi altfel: prin aplicarea *regulilor specifice* figurii respective. Aceste reguli specifice nu se adaugă celor 8 reguli generale, mai sus formulate, ci pot fi deduse şi *demonstrate* pe baza celor 8.

***Reguli specifice modurilor valide din figura I***

Formularea acestor reguli o putem face, simplu, examinând ordinea în care se succed vocalele în cuvintele mnemotehnice. Pentru figura I aceste reguli sunt:

*R1. Premisa minoră este afirmativă.*
*R2. Premisa majoră este universală*.

*Demonstrație a regulii R1 (reductio ad absurdum)*

Presupunem că premisa minoră este negativă. Rezultă, prin regula generală 6, că în mod necesar concluzia este negativă. Şi deci predicatul concluziei (P) este un termen logic distribuit. În acord cu regula generală 3, ca modul să fie valid P trebuie să fie distribuit şi în premisa majoră, unde ocupă locul şi funcţia predicatului logic. Iar pentru a fi distribuit în majoră, majora trebuie să fie negativă. Însă din două premise negative, în acord cu regula generală 4, nu putem deriva în mod valid o concluzie. Aşadar, premisa minoră a unui mod valid din figura I nu poate fi negativă; echivalent, este o propoziţie afirmativă.

*Demonstraţie a regulii R2.*

Din faptul că premisa minoră este afirmativă rezultă că termenul mediu este nedistribuit în această premisă (deoarece M este predicat de afirmativă). Pentru ca modul să fie valid M trebuie neaparat să fie distribuit în premisa majoră (în acord cu regula generală 2). Aşadar, în premisa majoră M trebuie să fie subiectul unei propoziţii universale.

Acum, dacă aplicăm aceste reguli specifice, obţinerea modurilor valide este simplă. Premisa majoră este universală (Cf. R2), adică A sau E. Din posibilităţile de combinare ale acestor propoziţii cu toate celelalte 4 tipuri (pentru premisa minoră), adică AA, AE, AI, AO; EA, EE, EI, EO, eliminăm acele combinaţii care nu respectă R1, adică AE, AO, EE şi Eo. Rămân, aşadar, 4: AA, AI, EA, EO, adică premisele modurilor BARBARA, DARII, CELARENT şi FERIO. Pe baza acestor premise formulăm concluziile şi obţinem mai întâi cele 4 moduri valide principale. Apoi adăugăm *subalternele* lor: BARBARI şi CELARONT.

***Reguli specifice modurilor valide din figura a II-a***

*R1. Una din premise este negativă (echivalent: premisele sunt neomogene calitativ).*
*R2. Premisa majoră este universală.*

*Demonstraţie a regulii R1.*

Cum termenul mediu (M) este predicat în ambele premise, pentru a fi distribuit una din premise trebuie să fie negativă.

*Demonstraţie a regulii R2.*

O premisă fiind negativă, concluzia este negativă şi deci predicatul (P) este un termen logic distribuit. În acord cu regula generală 3, predicatul (P) trebuie să fie distribuit şi în premisa majoră unde are locul şi funcţia subiectului logic al premisei. Şi deci premisa majoră trebuie să fie universală.

Aplicând aceste reguli putem afla cu uşurinţă care sunt modurile valide ale acestei figuri.

***Reguli specifice modurilor valide din figura a III-a***

*R1. Premisa minoră este afirmativă.*
*R2. Concluzia este particulară.*

*Demonstraţia regulii R1.* (Similară demonstraţie R1 de la figura I) (Exerciţiu).

*Demonstraţia regulii R2.*

Premisa minoră fiind afirmativă, termenul logic S, care este predicatul premisei minore, este nedistribuit şi deci nu poate să apară ca distribuit în concluzie (cf. regulii generale 3).

***Reguli specifice modurilor din figura a IV-a***

Aceste reguli au o formulare condițională, fiind restricții relaționate de următorul fel:
*R1. Dacă premisa majoră este afirmativă, atunci premisa minoră este universală.*
*R2. Dacă premisa minoră este afirmativă, atunci concluzia este particulară.*
*R3. Dacă o premisă este negativă, atunci premisa majoră este universală.*

*Demonstrația regulii R1*. Dacă premisa majoră este afirmativă, atunci termenul mediu este nedistribuit (pentru că M este predicat de afirmativă). Şi deci M trebuie să fie distribuit în premisa minoră. Aşadar, premisa minoră trebuie să fie universală (pentru că M este subiect în această premisă, iar subiectul este distribuit doar în propoziții universale).

*Demonstrația regulii R2* (Similară demonstrație R1 de la figura I şi III) (Exercițiu).

*Demonstrația regulii R3*
Dacă o premisă este negativă, atunci concluzia va fi negativă şi deci P este un termen logic distribuit în concluzie. El trebuie să fie distribuit şi în premisa majoră (în acord cu regula generală R3), unde ocupă locul şi funcția subiectului logic. Aşadar, premisa majoră trebuie să fie universală.

***II. Metoda reducerii***

Dacă în inventarierea modurilor valide în paragraful precedent am apelat la regulile generale ale validității silogismelor, de data aceasta vom avea în vedere relațiile dintre modurile diferitelor figuri silogistice. Aşa cum am constatat în paragraful dedicat inferențelor imediate, prin conversiunea unei propoziții *SeP* vom obține o propoziție *PeS*, echivalentă primeia. Iar dacă un mod care conține în concluzie propoziția *SeP* este unul valid, atunci va fi valid şi modul care se obține din primul înlocuind *SeP* cu *PeS*. La fel putem spune şi despre premise. Aceste corelații care se pot stabili între moduri îngăduie *justificarea* validității unor moduri *asumând* ca valide alte moduri. Aristotel a presupus ca valide modurile figurii I, pe care le-a numit „moduri perfecte”[30], date fiind următoarele particularități: au concluzii de toate cele patru tipuri (A, E, I, O), termenii extremi (*S*, *P*) au în concluzie aceleaşi funcții pe care le au în premise, structura figurii I este, în esență, structura unei demonstrații.

Demonstrarea validității unor moduri prin reducerea lor la alte moduri considerate valide se poate face fie ca reducere directă, fie ca reducere indirectă. Să le considerăm pe rând.

***II. A. Metoda reducerii directe***

Reducerea directă *asumă* ca valide cele şase moduri din figura I (BARBARA, CELARENT, DARII, FERIO, BARBARI şi CELARONT). Demonstrarea validității unui mod presupus nevalid (fig. II-IV) înseamnă:

a) din premisele modului „nevalid” deducem premisele unui mod valid din fig. I.

b) concluziile celor două moduri sunt identice sau concluzia modului „nevalid” este deductibilă din concluzia celui valid.

*Exemplu*.

Să demonstrăm validitatea modului „nevalid” FELAPTON (fig. a III-a)

[30] Aristotel, *Analitica primă*, I, 1, 24 b.

| | | |
|---|---|---|
| MeP | | MeP |
| MaS | $\xrightarrow{C}$ | SiM |
| SoP | | SoP |
| FELAPTON | | FERIO |

Reducerea lui FELAPTON o facem la FERIO (fig. I), deoarece premisele majore ale celor două moduri coincid, iar din premisa minoră a lui FELAPTON, prin conversiune prin accident, obținem premisa minoră a modului FERIO. Cum concluziile celor două moduri coincid, în acord cu exigențele a) şi b) ale reducerii directe, rezultă că modul FELAPTON este un mod valid.

Alteori, pentru a face reducerea directă sunt necesare mai multe operații. Să demonstrăm acum validitatea modului CAMESTRES (fig. a II-a).

| | | | |
|---|---|---|---|
| PaM | | PaM | MeS |
| SeM | $\xrightarrow{C}$ | MeS | PaM |
| SeP | | SeP | PeS |

Observăm, mai întâi, că pentru a obține structura figurii I trebuie să convertim (simplu) premisa minoră, apoi schimbăm reciproc locul premiselor: premisa majoră devine premisă minoră (şi deci conține subiectul concluziei) iar premisa minoră devine premisă majoră (şi deci conține predicatul concluziei). Modul astfel obținut este modul valid CELARENT, din figura I. În fine, în acord cu b) de mai sus, din concluzia modului CELARENT, *SeP*, obținem, prin conversiune (simplă) concluzia modului CAMESTRES.

În esență, reducerea directă este o argumentare de următorul gen. Modul a cărui validitate trebuie demonstrată este un mod cu premise adevărate şi trebuie arătat că concluzia sa rezultă în mod necesar din premise. Pentru aceasta, din premisele acestui mod (considerate adevărate) se obțin, prin inferențe imediate *valide*, premisele unui mod valid din figura I (şi care vor fi de asemenea adevărate). Cum modul din figura I este asumat ca valid, deducem, în acord cu conceptul validității, că din premisele lui adevărate obținem o concluzie în mod necesar adevărată. Din această concluzie a modului valid din figura I prin inferențe imediate vom obține concluzia modului presupus nevalid (în cazul în care cele două concluzii nu sunt identice). Şi deci şi concluzia modului „de demonstrat" este în mod necesar adevărată.

Felul în care, dat fiind un mod din figurile II – IV, construim un mod valid din figura I este sugerat de unele *consoane* din cuvintele mnemotehnice, astfel:

a) Consoana inițială din denumirea unui mod din fig II – IV, a cărui validitate trebuie demonstrată, coincide cu consoana inițială a modului respectiv din figura I la care facem reducerea. Exemple: pe CAMESTRES l-am redus la CELARENT, pe FELAPTON la FERIO, pe DARAPTI îl vom reduce la DARII etc.

b) S din denumirea unui mod din fig. II – IV indică o *conversiune simplă* a premisei denotate de vocala imediat precedentă. În demonstrarea validității lui CAMESTRES am făcut o conversiune simplă a premisei minore. În demonstrarea validității lui CESARE vom face o conversiune simplă a premisei majore etc.

c) P din denumirea unui mod din fig. II – IV indică o *conversiune prin accident* (*per accidens*) a propoziției denotate de vocala imediat precedentă. În DARAPTI (fig a II-a) vom înlocui premisa minoră *MaS* cu *SiM*, obținută prin conversiune prin accident din *MaS*. În FESAPO (fig. a IV-a) la fel.

d) M ne indică o perMutare a premiselor (*mutatio praemissarum*) (CAMESTRES, CAMENES, DISAMIS, BRAMANTIP, DIMARIS).

Această cale de demonstrare a validității unui mod poate fi însă integral transpusă simbolic. Pentru a prezenta simbolic reducerea lui FELAPTON (fig. a III-a) la FERIO (fig. I),

din exemplul nostru de mai sus, procedăm în felul următor. Redăm mai întâi *implicativ* modul FERIO: $(MeP \wedge SiM) \supset SoP$. Apoi, în locul propozițiilor *MeP, SiM, SoP* vom pune variabilele propoziționale[31] *p, q* şi *r*. Conversiunea premisei minore *MaS*, a lui FELAPTON, în SiM o vom reda în forma implicației $s \supset q$. Iar modul FELAPTON (implicativ: $(MeP \wedge MaS) \supset SoP$) îl vom reda corespunzător, prin $(p \wedge s) \supset r$. Reducerea directă a lui FELAPTON la FERIO înseamnă: „Dacă FERIO este un mod valid, (atunci dacă implicația $MaS \supset SiM$ este adevărată), atunci FELAPTON este un mod valid". Redată în simbolismul logicii propoziționale această idee este: $[(p \wedge q) \supset r] \supset \{(s \supset q) \supset [(p \wedge s) \supset r]\}$. Aceasta este o formulă validă[32] a logicii propozițiilor. Însă $(p \wedge q) \supset r$ este adevărată (deoarece exprimă, prin asumpție, validitatea modului FERIO) şi deci, prin *modus ponens*, vom obține: $(s \supset q) \supset [(p \wedge s) \supset r]$. Acum, cum $s \supset q$ este adevărată (pentru că exprimă conversiunea $MaS \xrightarrow{C} SiM$), printr-o nouă aplicarea a regulii *modus ponens*, obținem $(p \wedge s) \supset r$; formulă care exprimă validitatea modului FELAPTON.

La fel putem proceda cu orice altă reducere directă a vreunui mod din figurile II – IV la un mod din figura I. Reducerea lui DARAPTI (fig. a III-a) la DARII (fig. I), de exemplu, o vom reda prin aceaşi formulă, iar cea a lui BRAMANTIP (fig. a IV-a) la BARBARA (fig. I) prin: $[(p \wedge q) \supset r] \supset \{(r \supset s) \supset [(p \wedge q) \supset s]\}$ (exercițiu).

### *II. B. Metoda reducerii indirecte (reductio ad absurdum)*

A demonstra prin *reducere la absurd* validitatea unui mod silogistic înseamnă: *a presupune că modul respectiv este nevalid, iar dacă din această presupunere rezultă o contradicție (sau o contrarietate), atunci presupunerea ca atare trebuie respinsă, aceasta echivalând cu o demonstrație de validitate a modului respectiv.*

Demonstrația prin reducere la absurd este reclamată de faptul că anumite moduri nu pot fi reduse direct la un mod valid de figura I. BOCARDO (fig. a III-a), de exemplu, nu poate fi reconstruit în forma unui mod din figura I, pentru că premisa minoră, *MaS*, prin conversiune (pentru ca M să fie predicat în minoră) devine *SiM*, care împreună cu *MoP* nu poate forma un mod valid (fiind două premise particulare). Nici dacă schimbăm locul premiselor lui BOCARDO nu putem construi un mod din fig. I, deoarece, în acest caz, premisa (acum) minoră MoP ar trebui convertită, iar aceste propoziții nu se convertesc.

Şi în cazul reducerii la absurd sunt presupuse ca valide toate cele şase moduri ale figurii I. Să demonstrăm acum, de exemplu, validitatea modului BOCARDO:

MoP
MaS
———
SoP

Presupunem că modul BOCARDO este nevalid. Aceasta înseamnă că premisele acestui mod sunt adevărate iar concluzia falsă. Însă din falsitatea propoziției *SoP* conchidem asupra adevărului contradictoriei sale, *SaP*. Cu propoziția *SaP* şi cu una din premisele modului BOCARDO construim un mod din fig. I. Este uşor de văzut că împreună cu premisa minoră obținem modul

[31] Înaintea parcurgerii expunerii care urmează cititorul este invitat să parcurgă paragrafele 1, 2 şi 4 din Cap. *Teoria funcțiilor de adevăr*.

[32] Pentru verificarea validității ei cititorul poate apela la oricare din procedeele descrise în paragraful 4, Cap. *Teoria funcțiilor de adevăr*. Prin operativitatea sa, se recomandă *Reductio test*.

SaP
MaS

---

MaP,

Adică BARBARA din fig. I, unde S este acum termen mediu. Cum *SaP* este adevărată (fiind contradictoria unei propoziții false); *MaS* este adevărată (prin presupoziție) iar modul BARBARA este valid (prin presupoziție) deducem că propoziția din concluzie, MaP, este, de asemenea, adevărată. Însă propozițiile *MaP* (concluzia modului BARBARA de mai sus) şi MoP (premisa majoră a modului BAROCO) nu pot fi simultan adevărate, deoarece sunt în raport de contradicție. Cum *MoP* este adevărată prin presupoziție, rezultă că *MaP* este falsă. De aici deducem că modul (valid!) BARBARA are concluzie falsă, ceea ce înseamnă că cel puțin una din premise este falsă. Cum *MaS* este adevărată (prin presupoziție) rezultă că falsă este premisa majoră a acestui mod, *SaP*. Însă din falsitatea lui *SaP* conchidem asupra adevărului contradictoriei ei, *SoP*, adică tocmai asupra adevărului modului a cărui validitate trebuie demonstrată (BOCARDO). Aşadar, dacă premisele modului BOCARDO sunt adevărate, atunci şi concluzia lui este în mod necesar adevărată. Şi deci modul este valid.

*Remarci*.

1. În mod similar demonstrăm validitatea modului BAROCO (fig. a II-a). Consoana „C" din cuvintele BOCARDO şi BAROCO indică faptul că în cursul demonstrației prin reducere la absurd contradictoria concluziei ia locul premisei denotate de vocala imediat precedentă.

2. Prin reducere la absurd se poate demonstra validitatea oricărui mod (valid!) din figurile II – IV, nu doar a celor două moduri mai sus menționate. Însă, unele demonstrații prin reducere la absurd se bazează nu pe raportul de contradicție, ci pe cel de *contrarietate,* dintre propoziții, fără ca prin aceasta demonstrația să fie alterată. De exemplu, în demonstrarea validității lui FELAPTON, propoziția *SaP* (contradictoria concluziei, *SoP*) formează împreună cu premisa minoră a modului FELAPTON (*MaS*) modul BARBARA (cu concluzia *MaP*). Însă *MaP* şi *MeP* (premisa majoră a lui FELAPTON) se află în raport de contrarietate (detaliați demonstrația).

Aşa cum în demonstrația prin reducere directă întreaga demonstrație a putut fi redată cu simbolismul logicii formale a propozițiilor, tot astfel reducerea indirectă poate fi exprimată prin formule valide ale logicii propozițiilor. În demonstrația de mai sus, de exemplu, validitatea lui BOCARDO a fost demonstrată asumând validitatea modului nou construit, BARBARA. În expresia lui implicativă, am obținut $(SaP \wedge MaS) \supset MaP$. Dacă redăm această formulă cu ajutorul variabilelor propoziționale *p, q* şi *r*, obținem $(p \wedge q) \supset r$. Însă, în logica propozițiilor această formulă este echivalentă cu $(\neg r \wedge q) \supset \neg p$, adică $(\overline{MaP} \wedge MaS) \supset \overline{SaP}$, adică $(MoP \wedge MaS) \supset SoP$ (expresia implicativă a modului BOCARDO). Aşadar, dată fiind validitatea modului BARBARA, validitatea modului BOCARDO poate fi justificată pe baza următoarei echivalențe a logicii propozițiilor:

$$[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(\neg r \wedge q) \supset \neg p],$$

expresie care redă simbolic structura demonstrației prin reducere la absurd.

*Remarcă*. Pentru demonstrarea validității lui BAROCO vom folosi o echivalență similară: $[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(p \wedge \neg r) \supset \neg q]$. Echivalențele care intervin în acest tip de demonstrații sunt, aşadar:

$$[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(p \wedge \neg r) \supset \neg q] \equiv [(\neg r \wedge q) \supset \neg p]$$

***Exerciţii***

1. Este adevărată următoarea propoziţie?
   *Numărul termenilor distribuiţi în premise este strict mai mare decât numărul termenilor distribuiţi în concluzie*.
   (Argumentaţi).
2. Să se demonstreze că doar un mod valid din figura I admite o concluzie *SaP*.
3. Să se demonstreze că dacă concluzia unui mod valid este o propoziţie universală, termenul mediu (M) nu poate fi distribuit în premise decât o dată.
4. Ce notă distinctivă are un silogism valid în care doar M este distribuit?
5. Să se demonstreze că modul EI / O este valid în orice figură.
6. Să se demonstreze că modul IE / O nu este valid în nici o figură.
7. Ce putem spune despre premisa majoră a unui mod valid în care premisa minoră este negativă? (Argument)
8. De ce într-un mod valid din figurile I şi IV, propoziţiile particular negative nu pot fi premise?
9. Care este modul valid care are următoarea determinaţie: P este distribuit în premisă şi nedistribuit în concluzie?
10. Ce putem spune despre premisa minoră a unui silogism valid în care P ocupă locul şi funcţia predicatului logic în premisa majoră?
11. Ce putem spune despre concluzia unui silogism valid în care termenul S este predicat în premisa minoră? (Argument)
12. Să se demonstreze că dacă două silogisme au o premisă comună iar celelalte premise sunt în raport de contradicţie, atunci concluziile lor sunt propoziţii particulare.
13. Determinaţi toate modurile valide care satisfac următoarea condiţie: conţin numai doi termeni distribuiţi fiecare de două ori.
14. Determinaţi modurile valide care satisfac următoarea condiţie: sunt moduri ale aceleiaşi figuri iar premisele lor majore sunt subcontrare.
15. Determinaţi modul valid care corespunde următoarei descrieri: premisa majoră este afirmativă, P este distribuit în concluzie, S este nedistribuit în premisa minoră.
16. De ce nu este valid un mod în care premisele admit conversiuni simple iar premisa majoră este afirmativă?
17. Să se demonstreze prin reducere directă validitatea următoarelor moduri: CESARE (II), FESTINO (II), DARAPTI (III), FERISON (III), FESAPO (IV), DIMARIS (IV).
18. Detreminaţi acele formule valide ale logicii propoziţiilor care exprimă reducerea directă a modurilor din exerciţiul 17.
19. Să se demonstreze prin reducere indirectă (*reductio ad absurdum*) validitatea modurilor din figurile III şi IV.
20. Să se arate, pe baza echivalenţelor $\mathcal{L}_p$, că modurile DARII şi FERIO (fig. I) pot fi reduse *indirect* la modurile CAMESTRES, respectiv CESARE (fig. a II-a).
21. Să se arate că modurile CAMESTRES şi CESARE pot fi reduse *direct* la modul CELARENT (fig. I).

*Indicaţie*. (20 şi 21). $(MaP \wedge SiM) \supset SiP$ (DARII) îl redăm prin $(p \wedge q) \supset r$. De unde, pe baza echivalenţei $[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(p \wedge \neg r) \supset \neg q]$ obţinem CAMESTRES, din care obţinem apoi, direct, CELARENT. Prin substituţii adecvate de termeni obţinem modul în forma lui standard.

### *3.2.3. Moduri silogistice indirecte*

Un mod silogistic se numeşte indirect dacă ordinea termenilor în concluzie este inversată. În unele cazuri, anumite combinaţii de premise pot figura doar în moduri indirecte. Dacă, de exemplu, premisa minoră a unui mod silogistic din figura I este universal negativă, atunci, indirect, nu ptem construi un mod valid. De altfel, acest lucru este respins chiar de una din regulile specifice acestei figuri: premisa minoră trebuie să fie afirmativă. Dar dacă vom schimba reciproc ordinea termenilor din concluzie, atunci construcţia unui mod valid este posibilă. Din premisele *MaP* şi *SeM* putem obţine concluzia *PoS*. Aşadar, vom obţine modul $(MaP \wedge SeM) \supset PoS$, mod valid al fig. I. Tot în fig I premisa majoră poate fi *MiP* (de ce?) şi astfel obţinem modul valid $(MiP \wedge SeM) \supset PoS$. Avem aşadar următoarele două moduri valide indirecte ale fig. I:

| | |
|---|---|
| *MaP* | *MiP* |
| *SeM* (FAPESMO) | *SeM* (FRISESOMORUM) |
| *PoS* | *PoS* |

Similar putem obţine şi alte moduri indirecte valide în figura I, prin conversiunea concluziei unui mod direct:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Din | *MaP* | | *MaP* |
| | *SaM* (BARBARA) | obţinem | *SaM* (BARALIPTON) |
| | *SaP* | | *PiS* |
| Din | *MeM* | | *MeP* |
| | *SaM* (CELARENT) | obţinem | *SaM* (CELANTES) |
| | *SeP* | | *PeS* |
| Din | *MaP* | | *MaP* |
| | *SiM* (DARII) | obţinem | *SiM* (DABITIS) |
| | *SiP* | | *PiS* |

*Remarcă*. Există o deosebire între ultimele trei moduri indirecte şi primele două. BARALIPTON,CELANTES şi DABITIS sunt valide şi ca moduri directe. În schimb, FAPESMO şi FRISESOMORUM nu.

Similar putem obţine modurile valide indirecte ale figurii a II-a. Şi aici avem un mod indirect care nu este valid ca mod direct: FIRESMO (de ce?). Corespunzător, în figura a III-a, cele două moduri indirecte, nevalide ca moduri directe, sunt FAPEMO şi FRISEMO.[33]

*Remarcă.* Modurile indirecte ale fig. I pot fi transformate în moduri valide directe ale fig. a IV-a (corespondenţă indicată de prima consoană din cuvântul mnemotehnic: BARALIPTON devine BRAMANTIP etc). (Exerciţiu).

[33] Chiar Aristotel menţionează existenţa modurilor indirecte valide în situaţiile în care ca moduri directe nu sunt valide (*An. Pr*., I, 7 29a), deşi le menţionează doar pe cele din fig. I. Celelalte moduri (FIRESMO, FAPEMO, FRISEMO) sunt specificate mult mai târziu, de către *Iulius Pacius* (1550-1635).

### *3.2.4. Silogistica cu termeni negativi*

Aşa cum am văzut în cazul inferenţelor imediate, prin aplicarea repetată a conversiunii şi obversiunii putem obţine şi propoziţii care conţin *termeni negaţi*. Şi astfel, dacă propoziţia iniţială era adevărată, atunci şi propoziţiile derivate sunt adevărate. Şi în cazul inferenţelor mediate întâlnim cazuri similare. Să dăm câteva exemple.

a) $MaP$ $Me\overline{P}$ b) $MaP$ $\overline{P}a\overline{M}$ c) $MaP$ $\overline{M}aP$
$SaM$ $SaM$ $SaM$ $SaM$ $SaM$ $Sa\overline{M}$
$SaP$ $Se\overline{P}$ $SaP$ $SaP$ $SaP$ $SaP$

Cum modul BARBARA este un mod valid al figurii I, şi modul obţinut din el prin obvertirea premisei majore şi a concluziei este tot un mod valid (cazul a). Căci dacă nici un $M$ nu este non $P$ şi toţi $S$ sunt $M$, atunci nici un $S$ nu este non $P$. în cazul b) premisa majoră a modului BARBARA a fost înlocuită cu contrapusa ei totală (echivalentă), obţinând astfel tot un mod valid. Însă, din modul valid BARBARA, prin *substituirea* termenului mediu cu negatul său, $\overline{M}$, putem obţine, de asemenea, un mod valid (cazul c).

*Substituirea* termenilor logici în silogistică nu se restrânge însă la substituirea unui termen arbitrar cu negatul său (sau invers), ci un termen logic se poate substitui cu un alt termen logic. Să luăm două exemple. Fie modul valid FELAPTON (fig. a III-a).

d) $MeP$ $\overline{P}eM$ $(M/\overline{P})$ *e)* $\overline{P}e\overline{M}$ $(M/\overline{P})$
$MaS$ $\overline{P}aS$ $(P/M)$ $\overline{P}aS$ $(P/\overline{M})$
$SoP$ $SoM$ $So\overline{M}$

În cazul d) din FELAPTON am obţinut un alt mod, tot din figura a III-a, prin substituirea lui $M$ cu $\overline{P}$ (M/$\overline{P}$) şi a lui $P$ cu $M$ ($P/M$). Similar, în e) am făcut următoarele substituţii: $M/\overline{P}$ şi $P/\overline{M}$, obţinând, de asemenea, un mod valid. În felul acesta, prin substituţii corecte, din moduri valide obţinem alte moduri valide.

*Remarcă 1*. Substituţia trebuie să fie corectă, în următorul sens:

a) Dacă substituim un termen logic (negat sau nenegat) cu un alt termen logic (negat sau nenegat), atunci substituţia trebuie să o facem în toate ocurenţele (apariţiile) termenului respectiv. Cum în orice mod silogistic valid fiecare termen are două ocurenţe distincte, tot de două ori îl vom substitui cu noul termen ales.

b) Dacă într-un mod silogistic termenul pe care vrem să-l substituim apare o dată negat şi o dată nenegat, atunci în substituţie vom ţine seamă de „jocul" negaţiilor logice. Exemplu:

$\overline{P}a\overline{M}$ $Ma\overline{P}$ $(\overline{P}/M)$
$SoP$ $So\overline{M}$ $(M/P)$
$SoM$ $SoP$

Din primul mod l-am obţinut pe al doilea prin substituţiile indicate în dreapta. Cum în modul iniţial termenul $P$ apare o dată negat şi o dată nenegat, prin substituirea lui $\overline{P}$ cu $M$, în premisa minoră, în loc de $P$ vom pune $\overline{M}$. Similar, cum în loc de $M$ punem $P$ (a doua substituţie), în concluzie, rezultă că în premisa majoră în loc de $\overline{M}$ vom pune $\overline{P}$.

c) Orice termen logic se poate substitui cu orice termen logic, operaţie care poate fi executată simultan pentru toţi cei trei termeni logici, cu condiţia că modul care rezultă să aibe

tot trei termeni logici (Nu putem substitui într-un mod pe S cu P şi atât. În acest caz modul ar avea doar doi termeni logici).

*Remarcă 2*. Termenii logici, prin definiție, denotă clase de obiecte. Întrucât în cele ce urmează operăm cu termeni logici şi negațiile lor, pentru ca toate derivările de moduri valide să fie logic corecte va trebui să introducem următoarea asumpție: *atât clasele de obiecte desemnate de S, M, P cât şi complementarele lor,* $\overline{S}, \overline{M}, \overline{P}$ *trebuie să fie nevide*.[34]
Echivalent: o dată specificat universul de discurs, excludem posibilitatea ca un termen logic să denote clasa universală (i.e. întreg universul de discurs) sau clasa vidă.

Pe baza operației substituției termenilor logici şi având în vedere asumpția menționată, să vedem acum câteva cazuri de moduri silogistice valide care conțin termeni negați.[35]

Să presupunem în cele ce urmează că modurile analizate sunt redate în formă implicativă.

***Figura I***

1. $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$ ; BARBARA
2. $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$ ; CELARENT

Acest mod se obține din BARBARA prin substituția $P/\overline{P}$: $(Ma\overline{P} \wedge SaM) \supset Sa\overline{P}$, echivalent $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$ (prin obvertirea premisei majore şi a concluziei şi eliminarea dublei negații, pe baza: complementara complementariei unei clase este clasa însăşi).

3. $(MaP \wedge SiM) \supset SiP$ ; DARII

Modul DARII se poate obține tot din BARBARA, prin utilizarea echivalențelor menționate la reducerea indirectă şi prin substituții adecvate de termeni logici. Fie următoarea echivalență a $\mathcal{L}_p$: $[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(p \wedge \neg r) \supset \neg q]$. Să presupunem acum că echivalentul stâng, $(p \wedge q) \supset r$, reprezintă modul BARBARA. Corespunzător, vom avea $[(MaP \wedge SaM) \supset SaP] \equiv [(MaP \wedge \neg SaP) \supset \neg SaM]$. Membrul drept al echivalenței este echivalent, mai departe, cu $(MaP \wedge SoP) \supset SoM$. Însă premisa majoră a acestui mod, *MaP*, este echivalentă cu contrapusa ei totală $\overline{P}a\overline{M}$. Înlocuind-o în modul astfel obținut avem: $(\overline{P}a\overline{M} \wedge SoP) \supset SoM$. Prin substituțiile $\overline{P}/M$ şi $M/\overline{P}$ obținem $(Ma\overline{\overline{P}} \wedge So\overline{M}) \supset So\overline{P}$, echivalent $(Ma\overline{\overline{P}} \wedge Si\overline{\overline{M}}) \supset Si\overline{\overline{P}}$, echivalent $(MaP \wedge SiM) \supset SiP$.

4. $(MeP \wedge SiM) \supset SoP$ ; FERIO

FERIO se obține din DARII prin substituția P/$\overline{P}$.

5. $(MaP \wedge SaM) \supset SiP$ ; BARBARI
6. $(MeP \wedge SaM) \supset SoP$ ; CELARONT

Aceste două moduri sunt subalternele modurilor BARBARA şi CELARENT.

7. $(MaP \wedge SaM) \supset \overline{S}i\overline{P}$ (*SïP*)[36]; BARBARIJ

[34] Cazurile de viditate a unor termeni şi problema validității vor fi tratate în paragraful următor.

[35] Expunerea de față procedează deductiv, în sensul derivării tuturor modurilor (cu termeni negați sau nu) din modul valid BARBARA.

[36] A se remarca deosebirea dintre o *propoziție cu termeni negați* şi *negația unei propoziții*. $\overline{S}i\overline{P}$, de exemplu, este o particular afirmativă cu termeni negați, pe când negația unei propoziții particulare afirmative este o propoziție universal negativă.

Acest mod poate fi derivat din modul BARBARA în felul următor: din concluzia *SaP* a modului BARBARA obținem, prin derivări succesive, inversa $\overline{Si}\overline{P}$. Şi deci, cum *SaP* este adevărată, rezultă că şi $\overline{Si}\overline{P}$ este adevărată. Am obținut astfel un mod valid din figura I în care în *concluzie ambii termeni sunt negați*, respectiv modul BARBARIJ.

*Remarcă*. Denumirile acestor moduri aparțin lui A. Menne.[37] Întrucât ele sunt legate de notația autorului, în cele ce urmează vom prelua această notație. Respectiv, de ori câte ori operatorii intrapropoziționali a, e, i şi o apar cu treme (i.e. ä, ë, ï, ö) vom avea în vedere propozițiile corespunzătoare: A, E, I, O *în care ambii termeni sunt negați*.

8. $(MeP \wedge SaM) \supset S\ddot{o}P$ ; CELARÖNT

Acest mod este derivat din CELARENT. Căci *SeP*, concluzia lui CELARENT, fiind adevărată rezultă că şi $\overline{So}\overline{P}$ (i.e. *SöP*) este adevărată, deoarece se poate obține, prin derivări succesive, din *SeP*.

9. $(MaP \wedge SeM) \supset S\ddot{o}P$; GARDERÖNT

Demonstrarea validității acestui mod o facem pe baza validității modului CELARONT şi a următoarei echivalențe a $\mathcal{L}_p$: $[(p \wedge q) \supset r] \equiv [(\neg r \wedge q) \supset \neg p]$, unde membrul stâng al echivalenței formalizează modul CELARONT. Avem, aşadar, $[(MeP \wedge SaM) \supset SoP] \equiv [(\neg SoP \wedge SaM) \supset \neg MeP]$. Iar membrul drept este echivalent cu $(SaP \wedge SaM) \supset MiP$. Însă premisa minoră, *SaM*, este echivalentă cu contrapusa ei totală $\overline{Ma}\overline{S}$. Şi deci avem $(SaP \wedge \overline{Ma}\overline{S}) \supset MiP$, echivalent $(SaP \wedge \overline{Me}S) \supset Mo\overline{P}$. De unde, prin substituțiile *S/M* şi $\overline{M}$ */S* obținem $(MaP \wedge SeM) \supset \overline{So}\overline{P}$, adică $(MaP \wedge SeM) \supset S\ddot{o}P$.

10. $(MeP \wedge SeM) \supset S\ddot{i}P$; HELENIJ

Acest mod poate fi obținut din GARDERÖNT prin substituția P/$\overline{P}$.

11. $(MiP \wedge SeM) \supset S\ddot{o}P$; LIBERÖ

Modul LIBERÖ se obține din FERIO astfel: convertim ambele premise, le schimbăm reciproc locul, înlocuim concluzia *SoP* a lui FERIO cu contrapusa ei totală $\overline{Po}\overline{S}$ şi executăm substituțiile: *S/P, P/S*.

12. $(MoP \wedge SeM) \supset S\ddot{i}P$; NOVERIJ

Acest mod se obține din modul precedent, LIBERÖ, prin substituția P/$\overline{P}$.

Constatăm aşadar că dacă avem în vedere şi moduri silogistice în care apar termeni negați, atunci numărul acestora creşte. Mai exact, am constatat că numai în figura I, la cele 6 moduri valide cu termeni pozitivi, se mai adaugă încă 6 moduri valide, în care concluziile au termeni negați. În total, aşadar, am obținut deja, doar în figura I, 12 moduri valide. Apoi, validitatea unui mod se conservă dacă în locul propozițiilor care-l compun vom pune inversele lor. Procedând astfel obținem încă 12 moduri valide [38]; în total 24. La acestea se mai adaugă 12 moduri valide în care o premisă este inversa premisei inițiale şi încă 12 moduri valide în care cealaltă premisă este inversa premisei inițiale. Aşadar, numărul total al modurilor valide din figura I este 48. Toate aceste moduri pot fi derivate, aşa cum am procedat mai sus, din următoarele 8: BARBARA, CELARENT, DARII, FERIO, GARDERÖNT, HELENIJ, LIBERÖ, NOVERIJ.

Cu toate că numărul modurilor valide este detul de mare, anumite combinații de premise nu dau moduri valide: ao, eo, ia, oa [39] şi inversele lor.

---

[37] Albert Menne, *Logik und Existenz*, Meisenheim, 1954; comp. şi A. Menne, *Einführung in die Logik*, 5. Aufl, Francke Verlag, Tübingen u. Basel, 1993.

[38] BÄRBÄRÄ, CËLÄRËNT etc.

[39] D*A*v*O*n j*E*d*O*ch n*I*em*A*ls f*O*lgt w*A*s.

***Figura a II-a***

În silogistica cu termeni pozitivi, în figura a II-a, am găsit 6 moduri valide: CESARE, FESTINO, CAMESTRES, BAROCO, CESARO şi CAMESTROP. Aşa cum am arătat în paragraful precedent, validitatea acestor moduri poate fi demonstrată prin redcerea directă sau indirectă la un mod valid din figura I. Să vedem acum celelalte 6 moduri valide, care au *concluzia cu termeni negaţi*, şi cum pot fi ele deduse.

1. $(PeM \wedge SaM) \supset SöP$; CESARÖ

Validitatea acestui mod rezultă din validitatea modului CESARE, deoarece concluzia SeP admite inversa $\overline{So}\overline{P}$ (exerciţiu).

2. $(PaM \wedge SeM) \supset SöP$; CAMESTRÖP (similar)

3. $(PeM \wedge SeM) \supset SïP$; HESELIJ

Acest mod se obţine din HELENIJ (fig I) prin conversiunea premisei majore.

4. $(PiM \wedge SeM) \supset SöP$; LISTERÖ

Se obţine din LIBERÖ (fig. I) prin conversiunea premisei majore.

5. $(PaM \wedge SaM) \supset SïP$; GASANIJN

Demonstrarea validităţii acestui mod o putem face reducându-l la un mod valid din fig. I. Mai exact, GASANIJN se reduce la HELENIJ în felul următor: obvertim premisele, convertim premisa majoră şi substituim $\overline{M}$ /*M*.

6. $(PoM \wedge SaM) \supset$ SöP; MOSALÖN

Acest mod poate fi redus la LIBERÖ (fig. I), astfel: prin contrapoziţie premisa majoră, *PoM*, devine $\overline{M}$ *iP*, iar *SaM*, prin obversiune, devine *Se* $\overline{M}$ . Aplicăm apoi substituţia $\overline{M}$ /*M*.

Similar figurii I, numărul total al modurilor valide din figura a II-a este 48.

***Figura a III-a***

În silogistica cu termeni pozitivi, în figura a III-a, am descoperit 6 moduri valide: DARAPTI, DISAMIS, DATISI, FELAPTON, BOCARDO, FERISON. Acestor moduri li se adaugă altele 6, în care *concluzia are termenii negaţi*.

1. $(MaP \wedge MeS) \supset SöP$; GALESTÖ
2. $(MeP \wedge MeS) \supset SïP$; HELESTIJ
3. $(MiP \wedge MeS) \supset SöP$; LIRESÖ
4. $(MoP \wedge MeS) \supset SïP$; NOVESTIJ
5. $(MaP \wedge MoS) \supset SöP$; DALOSNÖ
6. $(MeP \wedge MoS) \supset SïP$; DENOSIJ

Justificarea validităţii lor o putem face, ca mai sus, deducând aceste moduri din moduri anterior demonstrate sau reducându-le la moduri anterior demonstrate (exerciţiu).

Şi în acestă figură silogistică vom avea, în total, 48 de moduri.

***Figura a IV-a***

Cele 6 moduri valide din silogistica cu termeni pozitivi erau: BRAMANTIP, CAMENES, DIMARIS, FESAPO, FRESISON şi CAMENOP. Acestora li se adaugă următoarele 6 moduri valide, în care *concluzia are termenii negaţi*.

1. $(PaM \wedge MaS) \supset SïP$; BRAMANTIJP

2. $(PaM \wedge MeS) \supset SöP$; CAMENÖP

3. $(PaM \wedge MaS) \supset SäP$; BAMALÄS

4. $(PeM \wedge MeS) \supset SïP$; HESESIJ

5. $(PiM \wedge MeS) \supset SöP$; LISTESÖ

6. $(PeM \wedge MoS) \supset SïP$; DESTOSNIJA

Similar celorlalte figuri, în figura a IV-a vom găsi 48 de moduri silogistice valide. (Verificarea validității lor: exercițiu).

În total, în cele 4 figuri silogistice vom avea aşadar $4 \times 48 = 192$ moduri valide.

*Remarcă 1*. După cum s-a putut constata, dacă luăm în considerare cele 192 de moduri valide (şi nu doar pe cele 24 din silogistica cu termeni pozitivi), atunci regulile specifice fiecărei figuri, menționate în paragraful anterior, nu sunt valabile pentru toate cele 48 de moduri din figura respectivă.

*Remarcă 2*. Prin substituirea termenilor logici, prin aplicarea inferențelor imediate şi prin considerarea inverselor propozițiilor, putem proceda deductiv, reducând (sau deducând) unele moduri la (din) altele. Am luat mai sus, ca punct de plecare, doar modul valid BARBARA (fig. I). Justificarea validității unui mod arbitrar este însă greoaie, dat fiind faptul că există 192 de moduri valide. Şi mai dificilă ar fi operarea cu cuvinte mnemotehnice. De aceea e mult mai indicat să considerăm câteva moduri valide şi, corespunzător, să indicăm regulile de derivare ale tuturor celorlalte moduri. Pentru aceasta vom proceda în felul următor.

1. Asumăm ca valide următoarele moduri din figura I: BARBARA, DARII, GARDERÖNT şi MIJLADIJ. Acest din urmă mod este: (MïP $\wedge$ *SaM* ) $\supset$ SïP.

Alegerea acestor moduri a avut în vedere *cantitatea* propozițiilor care compun un mod valid. Avem astfel, următoarele 4 situații:

a). Dacă modul a cărui validitate vrem să o demonstrăm are atât premisele cât şi concluzia propoziții universale, atunci îl reducem la unul dintre cele patru moduri care conține doar propoziții universale, adică la BARBARA.

b). Dacă modul de demonstrat are premise universale şi concluzia particulară, atunci îl reducem la GARDERÖNT.

c). Dacă premisa majoră este universală iar cea minoră este particulară, atunci concluzia este particulară şi deci vom reduce acest mod la DARII.

d). Dacă premisa majoră este particulară iar cea minoră este universală, concluzia va fi particulară şi acest mod va fi redus la MIJLADIJ.

2. Menționăm regulile derivării modurilor silogistice, asumată fiind validitatea celor 4 moduri de mai sus:

R1. Orice mod silogistic valid se poate reduce la un mod valid din figura I prin conversiunea premiselor *e, ë, i, ï* şi prin contrapunerea premiselor *a, ä, o, ö*.

R2. Orice mod silogistic de figura I rămâne valid dacă predicatul premisei majore şi predicatul concluziei sau subiectul premisei minore şi subiectul concluziei sunt termeni logici negați simultan. (Ambele operații pot fi executate în acelaşi timp).

R3. (*regula inversiunii*). Orice mod silogistic rămâne valid dacă toate cele trei propoziții care-l compun sunt înlocuite prin inversele lor.

R4. Orice mod silogistic cu concluzie *a* sau *ä* rămâne valid dacă în locul oricărei concluzii se trec propoziții *i* sau *ï*. Similar, dacă concluzia unui mod valid este *e* sau *ë*, acesta rămâne valid dacă în locul lui *e* sau *ë* se trece oricare din propozițiile *o, ö*.

*Exemplu*.

Vrem să verificăm validitatea următorului silogism: Unii non S nu sunt non P pentru că toți S sunt non M, iar toți M sunt P.

Redat schematic, acesta este următorul mod: $\left(MaP \wedge Sa\overline{M}\right) \supset \overline{S}o\overline{P}$. Cum premisele sunt universale iar concluzia este particulară, vom reduce acest mod la GARDERÖNT. Pentru aceasta este sufcient să obvertim premisa minoră şi obținem $\left(MaP \wedge SeM\right) \supset \overline{S}o\overline{P}$ (*SöP*), adică GARDERÖNT.

*Exerciții*.

1. Argumentați validitatea următoarelor moduri:

$$\frac{Pa\overline{M}}{\overline{M}aS}\ ;\quad \frac{\overline{P}a\overline{M}}{Me\overline{S}}\ ;\quad \frac{Po\overline{M}}{\overline{S}a\overline{M}}\ ;\quad \frac{Mo\overline{P}}{Me\overline{S}}\ ;\quad \frac{\overline{M}a\overline{P}}{Ma\overline{S}}\ ;\quad \frac{\overline{M}a\overline{P}}{\overline{M}o\overline{S}}$$

$$\overline{P}oS \qquad So\overline{P} \qquad SiP \qquad So\overline{P} \qquad SoP \qquad \overline{P}iS$$

2. Care din următoarele perechi de premise pot construi moduri valide?

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\overline{M}e\overline{P}$ | $MoP$ | $PiM$ | $MaP$ |
| $SoM$ | $SaM$ | $SaM$ | $\overline{S}aM$ |

3. Construiți un mod valid pe baza următoarelor premise:
   Nici un S nu este M.
   Nici un M nu este P.

### *3.2.5. Silogistică modernă (Model predicativ Brentano)*

Silogistica tradițională, aşa cum a fost ea prezentată în paragrafele anterioare, este teoria silogismului, fundamentată de Aristotel şi perfecționată conceptual de-a lungul timpului. O dată cu dezvoltarea aparatului formal al logicii simbolice s-a creat însă posibilitatea reinterpretării silogisticii tradiționale, utilizând concepte noi. Altfel spus, s-a deschis posibilitatea elaborării unor *modele* ale silogisticii clasice, adică a unor teorii moderne care formalizează / axiomatizează silogistica clasică. În acest paragraf ne vom opri doar la expunerea şi analiza *modelului predicativ Brentano*.

#### *3.2.5.1. Interpretarea Brentano a propozițiilor categorice*

*Modelul predicativ Brentano* (sau interpretarea Brentano a propozițiilor categorice) introduce o „denivelare" în clasificarea acestor propoziții, pe care clasificarea tradițională nu o include. Pentru o redare formală adecvată a acestei „denivelări" va trebui, mai întâi, să introducem un aparat conceptual, fie el şi rudimentar, al logicii predicatelor. Pentru aceasta, vom adăuga simbolurilor logicii propoziționale, utilizate în paragrafele anterioare, două categorii de simboluri, *simboluri pentru cuantificatori*: „$\forall$" (cuantificatorul universal: orice, toți, fiecare) şi „$\exists$" (cuantificatorul existențial: există, cel puțin unul, unii) şi *simboluri pentru variabile individuale: x, y, z*. Cu aceste simboluri putem reda extensiunea unui predicat, P, în raport cu o clasă de elemente. Adică putem spune dacă P se referă la întreaga clasă sau doar la o parte a ei. Exemple:

a) Orice *x* are proprietatea P: $\forall xP(x)$.

b) Nici un *x* n-are proprietatea P: $\neg\exists x P(x)$.

c) Unii *x* au proprietatea P: $\exists x P(x)$.

d) Unii *x* n-au proprietatea P: $\exists x \neg P(x)$.

Expresiile simbolice din dreapta le vom citi astfel: $\forall x P(x) =$ „pentru orice *x* $P(x)$”, $\neg\exists x P(x) =$ „nu există *x* $P(x)$”, $\exists x P(x) =$ „există *x* $P(x)$” iar $\exists x \neg P(x) =$ „există *x* non $P(x)$”. *x* se numeşte *variabilă* individuală, valorile ei *posibile* sunt elementele unei clase specificate.

Fireşte, între cuantificatorii „$\forall$” şi „$\exists$” există anumite corespondenţe care permit *transformarea* unuia în celălalt. Aceste relaţii sunt perfect intuitive şi le redăm mai jos:

1. $\forall x P(x) \equiv \neg\exists x \neg P(x)$
2. $\exists x P(x) \equiv \neg\forall x \neg P(x)$
3. $\neg\forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$
4. $\neg\exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$,

unde „$\equiv$” exprimă *echivalenţa*.

Cu ajutorul acestui restrâns aparat formal putem acum reda simbolic cele patru tipuri de propoziţii categorice. „Denivelarea” introdusă prin interpretarea Brentano a propoziţiilor categorice rezidă în următorul fapt: propoziţiile universale sunt redate *implicativ* (i.e. ipotetic), pe când cele particulare sunt redate *conjunctiv*. Adică:

*SaP: Toţi S sunt P*: $\forall x(S(x) \supset P(x))$: $\neg\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$

*SeP: Nici un S nu este P*: $\forall x(S(x) \supset \neg P(x))$: $\neg\exists x(S(x) \wedge P(x))$

*SiP: Unii S sunt P:* $\exists x(S(x) \wedge P(x))$

*SoP: Unii S nu sunt P*: $\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$

Aşadar, o propoziţie universal afirmativă, de exemplu, devine, în interpretarea Brentano: „Pentru orice *x*: dacă *x* este S, atunci *x* este P”, echivalent, „Pentru orice *x*: $S(x)$ implică $P(x)$”. În timp ce o propoziţie particular afirmativă, *SiP*, devine: „Există *x* care sunt S şi P” etc. Fie şi numai din această prezentare rezultă, intuitiv, diferenţa dintre propoziţiile universale şi cele particulare: cele universale sunt enunţuri de *nonexistenţă*, pe când cele particulare sunt enunţuri de *existenţă*. Cele universale, vom spune, n-au încărcătură existenţială, pe când cele particulare au încărcătură existenţială. Această diferenţă poate fi mai bine redată simbolic dacă transformăm, echivalent, expresiile simbolice care redau propoziţiile universale, înlocuind cuantificatorul „$\forall x$” cu „$\exists x$”, astfel: $\forall x(S(x) \supset P(x)) \equiv \neg\exists x \neg(S(x) \supset P(x))$ (prin echivalenţa 1 de mai sus). Avem apoi $\neg\exists x \neg(S(x) \supset P(x)) \equiv \neg\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$[40]. Procedând similar, pentru propoziţiile universal negative vom avea $\forall x(S(x) \supset \neg P(x)) \equiv \neg\exists x(S(x) \wedge P(x))$. Acestea sunt redate prin expresiile simbolice din dreapta enumerării de mai sus[41]. Caracterul de „nonexistenţă” al propoziţiilor universale iese acum clar în evidenţă: propoziţiile universale au formă *negativă* (pe când cele existenţiale au formă *afirmativă*).

*Remarcă*. Modelul Brentano este adesea inventariat sub sigla „modelul Boole-Brentano”, dată fiind asemănarea cu interpretarea Boole a propoziţiilor categorice. În esenţă aceasta este interpretarea Brentano, de mai sus, cu menţiunea că termenii logici S şi P desemnează întotdeauna clasele corespunzătoare. Adică sunt consideraţi strict extensional:

*SaP: Toţi S sunt P: Nu există S care sunt non P:* $S\overline{P} = \emptyset$.

*SeP: Nici un S nu este P: Nu există S care sunt P:* $SP = \emptyset$.

[40] Cap. 2.

[41] Fireşte, şi propoziţiile particulare pot fi redate utilizând cuantificatorul universal şi negaţia (exerciţiu).

*SiP: Unii S sunt P: Există S care sunt P:* $SP \neq \emptyset$.

*SoP: Unii S nu sunt P: Există S care sunt non P:* $S\overline{P} = \emptyset$.

Şi în această redare, booleană, propoziţiile universale au formă negativă. Expresia $S\overline{P} = \emptyset$, de exemplu, înseamnă: clasa S şi clasa complementară lui P (adică $\overline{P}$) n-au elemente comune (i.e. intersecţia lor este mulţimea vidă) etc.

„Denivelarea" existenţială, introdusă de interpretarea Brentano a propoziţiilor categorice, îşi pune incontestabil amprenta asupra validităţii inferenţelor. Însă pentru *a decide* asupra unei formule care redă simbolic o inferenţă dacă este o formulă validă sau nu avem mai întâi nevoie de un *procedeu de decizie*. Pentru fragmentul de logică a predicatelor de care ne ocupăm aici [42] *procedeul formelor normale* [43] se recomandă ca un elegant procedeu de decizie.

### *3.2.5.2. Procedeul formelor normale în logica predicatelor monadice*

Formele normale în logică sunt de o mare diversitate. Aici ne interesează doar două tipuri: *formele normale conjunctive* şi *formele normale disjunctive*. Să le considerăm pe rând.

#### *1. Formele normale conjunctive*

*Definiţia 1. O formulă* $\alpha$ *este în forma normală conjunctivă (abreviat* $\alpha_c$*) dacă are forma unei conjuncţii* $C_1 \wedge ... \wedge C_n$ $(n \geq 1)$*, în care nu apar cuantificatori negaţi iar într-un conjunct arbitrar cuantificatorul existenţial apare cel mult o dată*.

Orice formulă a logicii predicatelor monadice poate fi transformată într-o formulă echivalentă ei, dar care satisface cerinţele menţionate în definiţie [44]. Mai întâi vom transforma o implicaţie, folosind disjuncţia şi negaţia, pe baza următoarei echivalenţe: $(\alpha \supset \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$, unde $\alpha$ şi $\beta$ sunt formule care conţin cuantificatori. Apoi, dacă o expresie cuantificată apare negată vom utiliza echivalenţele 1-4 din 3.2.5.1., în aşa fel încât o negaţie să fie situată întotdeauna *după* cuantificator. În fine, dacă obţinem mai multe expresii cuantificate *existenţial* iar între ele se află operatorul $\vee$, toate aceste expresii pot fi aduse sub acelaşi cuantificator existenţial, dată fiind distributivitatea cuantificatorului existenţial în raport cu disjuncţia: $[\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)] \equiv \exists x(P(x) \vee Q(x))$.

Întrucât în aceste transformări variabilele individuale n-au nici un rol, le vom elimina din formule.

O dată adus la forma normală conjunctivă, un conjunct $C_i$ $(i = 1,...,n)$ poate avea doar una din următoarele forme:

1a. $\exists\alpha$

1b. $\forall\alpha_1 \vee \forall\alpha_2 \vee ... \vee \forall\alpha_k$ $(k \geq 1)$

1c. $\exists\alpha \vee \forall\beta_1 \vee ... \vee \forall\beta_m$ $(m \geq 1)$,

unde $\alpha$ şi $\beta$ sunt formule construite din predicate dar care nu conţin cuantificatori.

Cum decidem cu ajutorul formelor normale conjunctive?

---

[42] Acest fragment este *logica predicatelor monadice*, adică logica acelor formule în care orice simbol predicativ, *S, M, P*, este secondat de o *singură* variabilă individuală, adică: *S(x), M(y), P(z)*. Acestea din urmă sunt predicate monadice, spre deosebire de cele diadice *P(x,y), Q(x,z),* triadice *P(x,y,z), Q(y,y,z)* etc. Spre deosebire de alte niveluri ale construcţiei logicii, logica predicatelor monadice este *decidabilă*. Adică, dată fiind orice formulă exprimată în simbolismul acestei logici, putem spune, de fiecare dată, dacă este o formulă validă sau nu.

[43] Comp. G.E. Hughes, D.G. Londey, *The Elements of Formal Logic*, London 1965, cap. 27.

[44] Pentru detalii tehnice, comp. Cap. 2.

Evident, *formula $\alpha$, pe care vrem s-o testăm, este validă dacă şi numai dacă forma ei normală conjunctivă este validă. Iar o conjuncţie este validă dacă şi numai dacă fiecare conjunct al ei este valid*. Iar pentru a testa validitatea conjuncţiilor stabilim un izomorfism între cele trei categorii de formule 1a – 1c şi formule ale logicii propoziţiilor, pe baza următoarelor reguli:

R1a. $\exists\alpha$ este validă ddacă $\alpha^*$ este validă.

R1b. $\forall\alpha_1 \vee \forall\alpha_2 \vee ... \vee \forall\alpha_k$ este validă ddacă el puţin o formulă $\alpha_i^*$ $(i = 1,...,k)$ este validă.

R1c. $\exists\alpha \vee \forall\beta_1 \vee ... \vee \forall\beta_m$ este validă ddacă una din disjuncţiile $\alpha^* \vee \beta_j^*$ $(j = 1,...,m)$ este validă, unde $\alpha^*$, $\alpha_i^*$, $\alpha^* \vee \beta_j^*$ sunt formule ale logicii propoziţiilor, izomorfe formulelor corespunzătoare din logica predicatelor monadice.

*Aşadar, verificarea validităţii formulei $\alpha$ se reduce la verificarea validităţii formulei corespunzătoare ei din logica propoziţiilor.*

*Exemplul 1.* Fie modul DISAMIS (fig. a III-a). Este acesta un mod valid? Vom răspunde la întrebare aplicând procedeul formelor normale (conjunctive).

MiP
MaS ; în formă implicativă $(MiP \wedge MaS) \supset SiP$

SiP

Redăm acum acest mod, pe baza interpretării Brentano a propoziţiilor care-l compun. Obţinem astfel:

$\alpha : [\exists x(M(x) \wedge P(x)) \wedge \forall x(M(x) \supset S(x))] \supset \exists x(S(x) \wedge P(x))$

Întrucât variabilei *x* nu-i asignăm nici un fel de valori, o eliminăm.

$[\exists(M \wedge P) \wedge \forall(M \supset S)] \supset \exists(S \wedge P)$

Pentru a aduce această formulă la forma normală conjunctivă transformăm implicaţia utilizând disjuncţia şi negaţia, astfel:

$\neg[\exists(M \wedge P) \wedge \forall(M \supset S)] \vee \exists(S \wedge P)$

Transformăm acum negaţia din faţa cuantificatorilor (din primii doi disjuncţi), aplicând echivalenţele 4 şi 3:

$\forall\neg(M \wedge P) \vee \exists\neg(M \supset S) \vee \exists(S \wedge P)$

Cum ultimii doi disjuncţi sunt cuantificaţi existenţial, îi putem aduce sub acelaşi cuantificator şi obţinem forma normală conjunctivă.

$\alpha_c : \forall\neg(M \wedge P) \vee \exists[\neg(M \supset S) \vee (S \wedge P)]$

După cum se vede, forma normală conjunctivă a formulei care exprimă modul DISAMIS are un singur conjunct, iar acesta este de forma 1c (cu $m = 1$) (comutând disjuncţii). Şi deci, în acord cu algoritmul de mai sus, formula care exprimă DISAMIS este validă ddacă formula din logica propoziţiilor, izomorfă acestui conjunct, este o formulă validă. Tot ceea ce trebuie să facem acum este să verificăm dacă formula obţinută din ultima formulă de mai sus, eliminând simbolurile cuantificatorilor şi transformând majusculele în minuscule, este o formulă validă a logicii propoziţiilor, adică

$\neg(m \wedge p) \vee \neg(m \supset s) \vee (s \wedge p)$

Pentru verificarea validităţii acestei formule avem la îndemână mai multe procedee [45]. Vom aplica procedeul matriceal.

[45] Comp. Cap. 2.

| $m$ | $p$ | $s$ | $m \wedge p$ | $\neg(m \wedge p)$ | $m \supset s$ | $\neg(m \supset s)$ | $s \wedge p$ | formula |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Întrucât coloana finală a matricei conține o serie omogenă de valori de „1”, rezultă că formula este *validă*. Şi deci şi formula corespunzătoare din logica predicatelor monadice (adică formula care exprimă modul DATISI) este o formulă *validă*.

*Exemplul 2*. Fie următorul mod silogistic: $(MoP \wedge SaM) \supset SoP$. Este acesta un mod valid?

În modelul Brentano acest mod devine:

$\alpha : [\exists x(M(x) \wedge \neg P(x)) \wedge \forall x(S(x) \supset M(x))] \supset \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$

$[\exists(M \wedge \neg P) \wedge \forall(S \supset M)] \supset \exists(S \wedge \neg P)$

$\neg[\exists(M \wedge \neg P) \wedge \forall(S \supset M)] \vee \exists(S \wedge \neg P)$

$\neg\exists(M \wedge \neg P) \vee \neg\forall(S \supset M) \vee \exists(S \wedge \neg P)$

$\forall\neg(M \wedge \neg P) \vee \exists\neg(S \supset M) \vee \exists(S \wedge \neg P)$

$\forall\neg(M \wedge \neg P) \vee \exists[\neg(S \supset M) \vee (S \wedge \neg P)]$

$\neg(m \wedge \neg p) \vee \neg(s \supset m) \vee (s \wedge \neg p)$

Dacă facem matricea acestei formule (exercițiu), vom constata că există o situație în care formula este *falsă*; respectiv pentru $m = 1$, $p = 0$, $s = 0$. Aşadar, formula este *nevalidă* şi deci nici formula $\alpha$ nu este validă şi astfel modul respectiv nu este un mod valid.

### *2. Forme normale disjunctive*

Dacă cu ajutorul formelor normale conjunctive putem testa validitatea unei formule, cu ajutorul formelor normale disjunctive testăm nesatisfiabilitatea (inconsistența) unei formule. O formulă este nesatisfiabilă ddacă nu este niciodată adevărată.

*Definiția 2. O formulă $\alpha$ este în forma normală disjunctivă (abreviat $\alpha_d$) dacă are forma unei disjuncții $D_1 \vee ... \vee D_m$ ($m \geq 1$), în care nu apar cuantificatori negați iar într-un disjunct arbitrar cuantificatorul universal apare cel mult o dată*.

Orice formulă a logicii predicatelor monadice poate fi transformată într-o formulă echivalentă ei şi care satisface cerințele definiției 2. Pentru aceasta procedăm ca la formele normale disjunctive, cu mențiunea că dacă avem mai multe expresii cuantificate universal şi care sunt legate prin conjuncție, toate aceste expresii pot fi aduse sub acelaşi cuantificator universal, dată fiind distributivitatea acestui cuantificator în raport cu conjuncția:

$(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) \equiv \forall x(P(x) \wedge Q(x))$

Aşa cum $\wedge$ şi $\vee$ sunt operatori *duali* (şi $\forall$ şi $\exists$ sunt operatori *duali*), tot astfel şi cele două procedee de testare ( a validității şi a nesatisfiabilității) sunt tot *duale*. Pe baza acestei

proprietăți putem spune că o dată adusă formula la forma ei normală disjunctivă, un disjunct $D_j$ ( $j = 1,...,m$ ) poate avea doar una din următoarele forme:

2a. $\forall\alpha$

2b. $\exists\alpha_1 \wedge \exists\alpha_2 \wedge ... \wedge \exists\alpha_n \quad (n \geq 1)$

2c. $\forall\alpha \wedge \exists\beta_1 \wedge ... \wedge \exists\beta_p \quad (p \geq 1)$

Cu ajutorul formelor normale disjunctive decidem în felul următor: *formula $\alpha$ este nesatisfiabilă ddacă forma ei normală disjunctivă este nesatisfiabilă ddacă fiecare disjunct este nesatisfiabil*. Corespunzător, cele trei reguli cu privire la izomorfismul dintre disjuncții formei normale disjunctive şi formulele corespunzătoare din logica propozițiilor sunt:

R2a. $\forall\alpha$ este nesatisfiabilă ddacă $\alpha^*$ este nesatisfiabilă.

R2b. $\exists\alpha_1 \wedge \exists\alpha_2 \wedge ... \wedge \exists\alpha_n$ este nesatisfiabilă ddacă cel puțin o formulă $\alpha_k^*$ ( $k = 1,...,n$ ) este nesatisfiabilă.

R2c. $\forall\alpha \wedge \exists\beta_1 \wedge ... \wedge \exists\beta_p$ este nesatisfiabilă ddacă una dintre conjuncțiile $\alpha^* \wedge \beta_i^*$ ( $i = 1,..., p$ ) este nesatisfiabilă,

unde $\alpha^*$, $\alpha_k^*$, $\alpha^* \wedge \beta_i^*$ sunt formule ale logicii propozițiilor, izomorfe formulelor corespunzătoare din logica predicatelor monadice.

Şi deci, *verificarea nesatisfiabilității formulei $\alpha$ se reduce a verificarea nesatisfiabilității formulei corespunzătoare ei din logica propozițiilor.*

*Exemplu*. Fie următoarea formulă: $\neg[(PeM \wedge MiS) \supset SoP]$

Să testăm acum nesatisfiabilitatea acestei formule cu ajutorul formelor normale disjunctive. Formula este echivalentă cu $PeM \wedge MiS \wedge \neg SoP$ [46]. În interpretarea Brentano aceasta devine:

$\alpha : \forall x(P(x) \supset \neg M(x)) \wedge \exists x(M(x) \wedge S(x)) \wedge \neg\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$

$\forall(P \supset \neg M) \wedge \exists(M \wedge S) \wedge \neg\exists(S \wedge \neg P)$

$\forall(P \supset \neg M) \wedge \exists(M \wedge S) \wedge \forall\neg(S \wedge \neg P)$

$[\forall(P \supset \neg M) \wedge \forall\neg(S \wedge \neg P)] \wedge \exists(M \wedge S)$

$\alpha_d : [\forall(P \supset \neg M) \wedge \neg(S \wedge \neg P)] \wedge \exists(M \wedge S)$

$(p \supset \neg m) \wedge \neg(s \wedge \neg p) \wedge (m \wedge s)$

| $p$ | $m$ | $s$ | $\neg m$ | $p \supset \neg m$ | $\neg p$ | $s \wedge \neg p$ | $\neg(s \wedge \neg p)$ | $m \wedge s$ | formula |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Cum coloana finală conține o serie omogenă de valori de „0”, rezultă că formula este *nesatisfiabilă*. Şi deci şi formula $\alpha$ este nesatisfiabilă.

[46] $\neg SoP$ indică faptul că propoziția *SoP* este cea negată, nu termenul S.

*Remarcă.* Din nesatisfiabilitatea formulei $\neg\left[\left(PeM \wedge MiS\right) \supset SoP\right]$ conchidem asupra validității negației ei: $\left(PeM \wedge MiS\right) \supset SoP$. Într-adevăr, acesta este un mod valid al figurii a IV-a (FRESISON). Aşadar, validitatea unui mod silogistic poate fi testată şi cu ajutorul formelor normale disjunctive: testând nesatisfiabilitatea negației formulei care-l exprimă.

### *3.2.5.3. Modelul Brentano şi tema validității*

Să vedem acum în ce fel interpretarea Brentano a propozițiilor categorice alterează conceptul tradițional al validității inferențelor.

***a) Inferențe imediate***

Putem constata, înainte de toate, că anumite raporturi dintre propozițiile categorice, redate de pătratul lui Boethius, se păstrează, pe când altele nu.

Raportul de contradicție rămâne valabil:

1. $SaP \equiv \neg SoP : \forall x\left(S(x) \supset P(x)\right) \equiv \neg\exists x\left(S(x) \wedge \neg P(x)\right)$
2. $\neg SaP \equiv SoP : \neg\forall x\left(S(x) \supset P(x)\right) \equiv \exists x\neg\left(S(x) \supset P(x)\right) \equiv \exists x\left(S(x) \wedge \neg P(x)\right)$
3. $SeP \equiv \neg SiP : \forall x\left(S(x) \supset \neg P(x)\right) \equiv \neg\exists x\neg\left(S(x) \supset \neg P(x)\right) \equiv \neg\exists x\left(S(x) \wedge P(x)\right)$
4. $\neg SeP \equiv SiP$ (similar).

Celelalte relații logice sunt suprimate. Raportul de subalternare, de exemplu, este exprimat prin: $\forall x\left(S(x) \supset P(x)\right) \supset \exists x\left(S(x) \wedge P(x)\right)$, echivalent:
$\neg\exists x\left(S(x) \wedge \neg P(x)\right) \supset \exists x\left(S(x) \wedge P(x)\right)$.
Verificăm acum, cu ajutorul formelor normale conjunctive, dacă această formulă este validă sau nu. Obținem $\exists x\left(S(x) \wedge \neg P(x)\right) \vee \exists x\left(S(x) \wedge P(x)\right)$, adică $\exists\left(S \wedge \neg P\right) \vee \exists\left(S \wedge P\right)$, respectiv $\exists\left[\left(S \wedge \neg P\right) \vee \left(S \wedge P\right)\right]$. Şi deci trebuie să vedem dacă formula $\left(s \wedge \neg p\right) \vee \left(s \wedge p\right)$ este validă. Această formulă este echivalentă cu $s \wedge \left(\neg p \vee p\right)$, echivalent $s$. Însă $s$ nu este o formulă validă, căci este o variabilă propozițională care poate fi adevărată sau falsă. Şi deci implicația care redă raportul de subalternare nu este validă. Nevaliditatea acestei inferențe are ca sursă faptul că dintr-o propoziție de nonexistență (i.e. universală) se conchide asupra unei propoziții de existență (i.e. particulară). Respectiv, nevaliditatea ei rezidă în faptul că $S$ poate fi o *clasă vidă*. Dacă introducem explicit condiția *nevidității* lui $S$, sub forma $\exists xS(x)$, atunci validitatea inferenței se restabileşte:

$\left[\neg\exists x\left(S(x) \wedge \neg P(x)\right) \wedge \exists xS(x)\right] \supset \exists x\left(S(x) \wedge P(x)\right)$
$\left[\neg\exists\left(S \wedge \neg P\right) \wedge \exists S\right] \supset \exists\left(S \wedge P\right)$
$\neg\left[\neg\exists\left(S \wedge \neg P\right) \wedge \exists S\right] \vee \exists\left(S \wedge P\right)$
$\exists\left(S \wedge \neg P\right) \vee \neg\exists S \vee \exists\left(S \wedge P\right)$
$\exists\left[\left(S \wedge \neg P\right) \vee \left(S \wedge P\right)\right] \vee \forall\neg S$
$\left(s \wedge \neg p\right) \vee \left(s \wedge p\right) \vee \neg s$
$\left[s \wedge \left(\neg p \vee p\right)\right] \vee \neg s$
$s \vee \neg s$

La fel putem arăta că nici formulele care exprimă contrarietatea şi subcontrarietatea nu mai sunt formule valide (exercițiu).

Considerațiile de mai sus ne arată următorul fapt: *rămân valabile acele inferențe imediate care exprimă relații de echivalență; sunt nevalide, în schimb, toate inferențele implicative.*

*Exemplu*.

$SaP \xrightarrow{O} Se\overline{P} \xrightarrow{C} \overline{P}eS \xrightarrow{O} \overline{P}a\overline{S} \xrightarrow{C} \overline{S}i\overline{P} \xrightarrow{O} \overline{S}oP$

În acest şir deductiv toate propoziţiile universale obţinute din *SaP*, adică $Se\overline{P}$, $\overline{P}eS$ şi $\overline{P}a\overline{S}$, sunt echivalente cu *SaP*. Motiv pentru care şi formulele care exprimă aceste transformări sunt formule valide. La fel, putem spune despre particularele $\overline{S}i\overline{P}$ şi $\overline{S}oP$. În schimb, formula care exprimă trecerea de la universal la particular ($\overline{P}a\overline{S} \xrightarrow{C} \overline{S}i\overline{P}$) nu este o formulă validă. Să arătăm acest lucru.

$SaP \xrightarrow{O} Se\overline{P}$; $\forall x(S(x) \supset P(x)) \equiv \forall x(S(x) \supset \neg\neg P(x))$

$SaP \xrightarrow{C_p} \overline{P}eS$; $\forall x(S(x) \supset P(x)) \equiv \forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x))$,

căci $(S(x) \supset P(x)) \equiv (\neg P(x) \supset \neg S(x))$

$\overline{S}i\overline{P} \xrightarrow{O} \overline{S}oP$; $\exists x(\neg S(x) \wedge \neg P(x)) \equiv \exists x(\neg S(x) \wedge \neg P(x))$ etc.

$\overline{P}a\overline{S} \supset \overline{S}i\overline{P}$; $\forall x(\neg P(x) \supset \neg S(x)) \supset \exists x(\neg S(x) \wedge \neg P(x))$ (arătaţi că această formulă este nevalidă; ce termen logic trebuie să fie nevid?).

***2. Inferenţe mediate***

Şi aici problema validităţii se nuanţează. Dacă în silogistica tradiţională (cu termeni pozitivi), de exemplu, am decupat 24 de moduri valide, de data aceasta (i.e. în modelul Brentano) anumite moduri sunt nevalide. Şi anume, toate acele moduri în care din premise universale (deci fără încărcătură existenţială) se obţin concluzii particulare (cu încărcătură existenţială).

Aceste moduri sunt: BERBARI şi CELARONT (fig. I), CESARO şi CAMESTROP (fig. a II-a); DARAPTI şi FELAPTON (fig. a III-a), BRAMANTIP, CAMENOP şi FESAPO (fig. a IV-a). Toate celelalte 15 moduri sunt, în modelul BRENTANO, moduri valide. Iar cu ajutorul formelor normale putem decide asupra validităţii lor (exerciţiu).

***3.2.5.4. Completitudinea deductivă a modelului Brentano***

Nu toate modelele silogisticii clasice pot fi situate pe acelaşi plan. Unele se caracterizează prin completitudine în raport cu „obiectul" modelat, adică sunt modele care validează toate cele 24 de moduri considerate valide de silogistica clasică. Un astfel de model este cel elaborat de J. Lukasiewicz. Modelul Brentano, de mai sus, nu validează decât 15 moduri ale silogisticii clasice, cele care nu derivează concluzii particulare din propoziţii universale. Aşadar, *doar* în raport cu aceste moduri modelul Brentano este complet. Să vedem, în cele ce urmează, *în ce fel cele 15 moduri valide (şi doar acestea) pot fi deduse în acest model*.

O metodă elegantă de demonstrare a completitudinii acestui model este *metoda antilogismului*. Această metodă funcţionează, simultan, *ca procedeu de decizie în mdelul predicativ Brentano.*

Descrierea acestei metode reclamă conceptele: *triadă silogistică* şi *antilogism*.

*Definiţia 1. Triada silogistică este orice triplet de propoziţii care pot constitui premisele şi concluzia unui mod silogistic (valid sau nevalid).*

Pentru a alcătui un silogism aceste propoziţii trebuie să îndeplinească trei condiţii:

1. Să fie propoziţii de tipul A, E, I, O.
2. Să conţină în total strict trei termeni.
3. Fiecare termen să apară strict de două ori în exact două propoziţii distincte.

*Definiția 2. Antilogismul unui mod silogistic este triada silogistică formată din premisele modului respectiv şi din negația concluziei sale*.

Următoarea echivalență metalingvistică fundamentală corelează conceptele de silogism *valid, antilogism* şi *triadă silogistică*.

*Teorema 1. Un mod silogistic este valid ddacă antilogismul său este o triadă silogistică nesatisfiabilă.*

*Demonstrație*. Fie $(P_1 \wedge P_2) \supset P_3$ o expresie care redă un mod silogistic valid, unde $P_1$ şi $P_2$ sunt premisele iar $P_3$ concluzia modului considerat. Rezultă că negația acestei expresii redă o formulă nesatisfiabilă. Dar negația acestei expresii, adică

$$\neg[(P_1 \wedge P_2) \supset P_3] \equiv \neg[\neg(P_1 \wedge P_2) \vee P_3] \equiv [P_1 \wedge P_2 \wedge \neg P_3]$$

este tocmai antilogismul expresiei de mai sus şi constituie o triadă silogistică nesatisfiabilă.

*Teorema 2. Orice triadă silogistică nesatisfiabilă generează strict trei moduri silogistice valide.*

*Demonstrație*. Din Teorema 1 deducem că din orice triadă silogistică nesatisfiabilă putem obține un mod valid, conectând *implicativ* conjuncția premiselor cu *negația* concluziei. Însă fiecare dintre cele trei propoziții, $P_1$ - $P_3$, poate fi pusă drept concluzie a unui silogism. Luând cele două premise şi negația propoziției-concluzie din triada nesatisfiabilă respectivă obținem, succesiv, doar cele trei moduri valide.

Aşadar, metoda antilogismului *transferă problema privitoare la validitatea unui mod silogistic în problema privitoare la condițiile care determină nesatisfiabilitatea unei triade silogistice.*

*Teorema 3. Modelul predicativ Brentano admite strict 5 triade silogistice nesatisfiabile (echivalent, 15 moduri silogistice valide).*

*Demonstrație*. Vom deosebi mai întâi cele patru *tipuri* de triade silogistice, apoi, în cadrul unui tip anume, vom decupa cele 5 triade silogistice nesatisfiabile. În funcție de alcătuirea lor din propoziții *cantitativ* diferite, deosebim:

1. $\forall\alpha \wedge \forall\beta \wedge \forall\gamma$ (toate universale)
2. $\exists\alpha \wedge \exists\beta \wedge \exists\gamma$ (toate particulare)
3. $\exists\alpha \wedge \exists\beta \wedge \forall\gamma$ (două particulare şi una universală)
4. $\exists\alpha \wedge \forall\beta \wedge \forall\gamma$ (o particulară şi două universale)

Să le considerăm pe rând.

Tipul 1 nu poate genera triade silogistice nesatisfiabile. Explicația este următoarea. Cum cuantificatorul universal este distributiv în raport cu conjuncția, din 1 obținem, $\forall(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$, iar aceasta este o formulă nesatisfiabilă ddacă $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)^*$, echivalent $\alpha^* \wedge \beta^* \wedge \gamma^*$, este o formulă nesatisfiabilă (prin R2a, 3.2.5.2). Însă o asemenea formulă nu poate fi nesatisfiabilă, deoarece avem doar propoziții universale, al căror corespondent (izomorf) în $\mathcal{L}_p$ este o implicație între două variabile propoziționale distincte. Matricea acestei conjuncții va conține aşadar $2^3 = 8$ linii. Cum numărul de valori de 0 pentru *fiecare* din aceste implicații, corespunzător celor 8 linii, este 2, vom avea în total *maxim* $3 \times 2 = 6$ valori de 0. Aşadar, *în cel puțin două linii* matricea ca conține valori de 1, şi deci formula nu poate fi nesatisfiabilă.

*Exemplu.*

Să presupunem că cele 3 propoziții universale sunt: $\forall x(M(x) \supset \neg P(x))$, $\forall x(M(x) \supset S(x))$ şi $\forall x(S(x) \supset P(x))$.

Vom avea $\forall x(M(x) \supset \neg P(x)) \wedge \forall x(M(x) \supset S(x)) \wedge \forall x(S(x) \supset P(x))$, echivalent $\forall x[(M(x) \supset \neg P(x)) \wedge (M(x) \supset S(x)) \wedge (S(x) \supset P(x))]$, respectiv $\forall[(M \supset \neg P) \wedge (M \supset S) \wedge (S \supset P)]$. Prin R2a această formulă este nesatisfiabilă ddacă formula $\mathcal{L}_p$ : $(m \supset \neg p) \wedge (m \supset s) \wedge (s \supset p)$ este nesatisfiabilă.

| $m$ | $p$ | $s$ | $\neg p$ | $m \supset \neg p$ | $m \supset s$ | $s \supset p$ | $\wedge$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Pentru acest exemplu, în care propozițiile triadei sunt universale (una negatică şi două afirmative), matricea formulei $\alpha^* \wedge \beta^* \wedge \gamma^*$ conține 5 de 0 şi 3 de 1, deci formula nu este nesatisfiabilă. Pentru alte combinații de simboluri, *m, p, s*, constitutive propozițiilor universale (în care simbolul din consecventul implicației apare negat sau nenegat), numărul valorilor de adevăr de 1 este, firește, diferit, însă *nu* poate fi mai mic decât 2.

În mod similar putem argumenta că nici triadele de tipul 2 nu pot fi nesatisfiabile. O astfel de triadă ar fi nesatisfiabilă ddacă cel puțin una din formulele $\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$ ar fi nesatisfiabilă (prin R2b, 3.2.5.2), însă acest lucru nu se întâmplă, deoarece fiecare formulă este o *conjuncție* de variabile propoziționale distincte (fiind formula din $\mathcal{L}_p$ izomorfă formulei corespunzătoare cuantificate *existențial*), iar o asemenea conjuncție nu poate fi nesatisfiabilă (de ce?).

La fel putem argumenta (prin R2c) că nici triadele de tipul 3 nu pot fi nesatisfiabile. Vom restrânge aşadar analiza la triadele de tipul 4, cele formate dintr-o propoziție particulară şi două universale.

4. $\exists\alpha \wedge \forall\beta \wedge \forall\gamma$

Pentru a demonstra teorema 3 trecem la rescrierea formulei 4, utilizând doar cuantificatorul existențial. Primul conjunct, cuantificatorul existențial, ne arată că $\exists\alpha$ este o formulă care exprimă o propoziție particulară, *SiP* sau *SoP*. Al doilea şi al treilea exprimă propoziții universale, *SaP* sau *SeP*. Cum aceste formule ale triadei exprimă propoziții diferite, $\alpha$, $\beta$ şi $\gamma$ vor conține termeni diferiți (dar care respectă condițiile cerute unei triade silogistice). De exemplu, o triadă de tipul 4 poate conține următoarele categorii de propoziții:

$\exists\alpha$ SiP ; $\exists(S \wedge P)$ ; particulară
SoP; $\exists(S \wedge \neg P)$ ; particulară
$\delta_1$

$(\mathcal{T})$ $\forall\beta$ SaM; $\neg\exists(S\wedge\neg M)$; universală
SeM; $\neg\exists(S\wedge M)$ ; universală
$\delta_2$

$\forall\gamma$ MaP; $\neg\exists(M\wedge\neg P)$ ; universală
MeP; $\neg\exists(M\wedge P)$ ; universală
$\delta_3$

Ordinea termenilor S, M şi P în aceste formule poate fi, fireşte, oricare alta. Să rescriem acum formula 4 în acord cu următoarea simbolizare convenabilă: fire $\delta_1$ (i.e. $\alpha$), $\delta_2$ şi $\delta_3$ formulele care succed simbolurilor $\exists$, $\neg\exists$, $\neg\exists$ din cele trei categorii de formule de mai sus. Obținem astfel

5. $\exists\delta_1\wedge\neg\exists\delta_2\wedge\neg\exists\delta_3$

sau, echivalent $\exists\delta_1\wedge\forall\neg\delta_2\wedge\forall\neg\delta_3$. Cum cuantificatorul universal este distributiv față de conjuncție, ultimii doi conjuncți pot fi aduşi sub acelaşi cuantificator universal. Şi astfel obținem, echivalent,

6. $\exists\delta_1\wedge\forall(\neg\delta_2\wedge\neg\delta_3)$.

Prin regula R2c, această formulă este nesatisfiabilă ddacă formula izomorfă ei din $\mathcal{L}_p$:

$6^*$. $\delta_1^*\wedge\neg\delta_2^*\wedge\neg\delta_3^*$

este nesatisfiabilă.

Însă din $(\mathcal{T})$ observăm că formulele $\delta_1$, $\delta_2$ şi $\delta_3$ sunt conjuncții a câte doi termeni, din care primul este nenegat iar al doilea negat sau nenegat. Corespunzător, formulele izomorfe lor din $\mathcal{L}_p$, $\delta_1^*$, $\delta_2^*$, $\delta_3^*$, vor fi conjuncții de variabile propoziționale, din care prima este nenegată iar a doua negată sau nenegată. Aşadar, $6^*$ are forma

7. $(v_1\wedge v_2)\wedge\neg(v_3\wedge v_4)\wedge\neg(v_5\wedge v_6)$,

unde $v_1$-$v_6$ sunt variabile propoziționale. Din 7 obținem forma normală disjunctivă a acestei expresii, prin coborârea negației de pe operatori (ultimii doi conjuncți) şi prin distribuirea operatorilor. Şi obținem:

8. $(v_1\wedge v_2\wedge\neg v_3\wedge\neg v_5)\vee(v_1\wedge v_2\wedge\neg v_3\wedge\neg v_6)\vee(v_1\wedge v_2\wedge\neg v_4\wedge\neg v_5)\vee(v_1\wedge v_2\wedge\neg v_4\wedge\neg v_6)$.

Pentru a determina *condițiile* nesatisfiabilității unei triade silogistice procedăm în felul următor. Expresia 8 este un şir de disjuncții, în care fiecare disjunct este un şir de conjuncții. Pentru ca 8 să fie nesatisfiabilă este necesar ca fiecare disjunct să fie nesatisfiabil, echivalent fiecare disjunct trebuie să conțină cel puțin o variabilă împreună cu negația ei. Cum $v_1$-$v_6$ desemnează variabile propoziționale arbitrare, să încercăm acum, pe baza 7 şi 8, să determinăm *poziția* lor posibilă în aceste formule şi caracteristica lor (i.e. de a fi negate sau nenegate), pentru ca disjunctul respectiv (oricare dintre cei patru din 8) să fie nesatisfiabil. Cum $v_1$ din 8 este o variabilă *nenegată*, fie aceasta *p*. Cealaltă variabilă, *distinctă* de *p* (deoarece *p* corespunde unui termen logic iar într-o triadă silogistică un termen logic apare exact de două ori însă în două propoziții *distincte*), fie aceasta *q*, poate să apară negată sau nenegată. Cum *p* şi *q* apar într-un disjunct arbitrar din 8 (ca $v_1$ şi $v_2$), rezultă că cealaltă variabilă, fie ea *r*, trebuie să apară, negată sau nenegată, ca cea de-a treia componentă, respectiv a patra, într-un disjunct oarecare din 8. Aşadar, 8 va conține un disjunct de forma $p\wedge(q/\neg q)\wedge\neg(r/\neg r)\wedge\neg(r/\neg r)$, unde slash-ul din parantezele rotunde indică alternativa: variabila respectivă poate să apară negată sau nenegată. Pentru ca un astfel de disjunct să fie

nesatisfiabil trebuie ca variabila *r* să apară *negată* într-un membru al conjuncției şi *negată* în celălalt. Însă *r* apare ca variabilă propozițională *comună* în $\delta_2^*$ şi $\delta_3^*$, adică în expresiile care redau propozițiile universale. Aşadar, pentru ca un astfel de disjunct să fie nesatisfiabil este necesar ca variabila *comună* acestor expresii să fie negată în una şi nenegată în cealaltă.

Raționând similar, putem determina şi celelalte condiții ale nesatisfiabilității unui disjunct arbitrar din 8. Adică, dacă *p* apare într-un disjunct ca mai sus, adică pe locul lui $v_1$, atunci această variabilă trebuie să mai apară exact o dată în $\delta_2^*$ sau $\delta_3^*$. Să presupunem că apare, negată sau nenegată, în $\delta_2^*$. În felul acesta 8 va avea un disjunct de forma:

$$p \wedge (q / \neg q) \wedge \neg (p / \neg p) \wedge \neg (r / \neg r).$$

Pentru ca un astfel de disjunct să fie nesatisfiabil trebuie ca al treilea conjunct să fie $\neg p$. Aşadar, în $\delta_2^*$ variabila *p* trebuie să apară nenegată, adică aşa cum apare în $\delta_1^*$.

La fel putem spune despre variabila *q*. Cum *q* apare negată sau nenegată în $\delta_1^*$ (în care apare şi *p*), *q* nu poate să mai apară în $\delta_2^*$ (în care apare şi *p*) deoarece, în acest caz, $\delta_3^*$ ar conține de două ori variabila *r*. Aşadar, *q* apare, negat sau nenegat, în $\delta_3^*$. Vom avea, aşadar, în 8, un disjunct de forma:

$$p \wedge (q / \neg q) \wedge \neg (r / \neg r) \wedge \neg (q / \neg q),$$

care este nesatisfiabil numai dacă *q* din cel de-al patrulea conjunct este o negație a celui de-al doilea. Aşadar, în $\delta_3^*$ *q* trebuie să apară aşa cum apare în $\delta_1^*$ (deoarece ultimul conjunct are o negație în față).

Aşadar, decuparea condițiilor de nesatisfiabilitate a unei triade silogistice s-a redus, echivalent, la decuparea condițiilor de nesatisfiabilitate a unei formule a $\mathcal{L}_p$ (i.e. formula $6^*$), respectiv:

$1^*$. Formula trebuie să exprime două propoziții particulare şi una universală.

$2^*$. Variabila comună expresiilor propozițiilor universale, redate de $\neg\delta_2$ şi $\neg\delta_3$, să apară negată în una şi nenegată în cealaltă.

$3^*$. Celelalte două variabile din expresiile propozițiilor universale trebuie să apară aşa cum apar ele (negate sau nenegate) în expresia care redă propoziția particulară.

Şi deci condițiile necesare şi suficiente ale nesatisfiabilității unei *triade silogistice* sunt:

1. Triada silogistică trebuie să conțină două propoziții particulare şi una universală.

2. Termenul comun propozițiilor universale trebuie să apară negat în una şi nenegat în cealaltă.

3. Ceilalți (doi) termeni din propozițiile universale trebuie să apară aşa cum apar ei (negați sau nenegați) în propoziția particulară.

Redăm mai jos toți tripleții de formule ale $\mathcal{L}_p$ care satisfac condițiile $1^*$-$3^*$ (i.e. care, în conjuncția lor constituie o formulă nesatisfiabilă de genul $6^*$) (coloana din stânga). În dreapta vom trece, corespunzător, toate triadele silogistice nesatisfiabile obținute din fiecare triplet prin substituțiile variabilelor propoziționale *p, q* şi *r* cu termenii logici *S, M* şi *P* şi prin prefixarea primei expresii astfel obținute cu $\exists$ iar a celorlalte două cu $\neg\exists$.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $p \wedge q$ | $p \wedge r$ | $q \wedge \neg r$ ; | $\exists(S \wedge M)$ | $\neg\exists(S \wedge P)$ | $\neg\exists(M \wedge \neg P)$ |
| 2. | $p \wedge q$ | $r \wedge p$ | $q \wedge \neg r$ ; | $\exists(S \wedge M)$ | $\neg\exists(P \wedge S)$ | $\neg\exists(M \wedge \neg P)$ |

3. $p \wedge q$ $p \wedge \neg r$ $q \wedge r$ ; $\exists(S \wedge M)$ $\neg\exists(S \wedge \neg P)$ $\neg\exists(M \wedge P)$

4. $p \wedge q$ $p \wedge \neg r$ $r \wedge q$ ; $\exists(S \wedge M)$ $\neg\exists(S \wedge \neg P)$ $\neg\exists(P \wedge M)$

5. $p \wedge \neg q$ $p \wedge \neg r$ $r \wedge \neg q$ ; $\exists(S \wedge \neg M)$ $\neg\exists(S \wedge \neg P)$ $\neg\exists(P \wedge \neg M)$

Fiecare din cele cinci grupe de formule cuantificate constituie o triadă silogistică nesatisfiabilă. Aşadar, din fiecare grupă putem obţine trei moduri silogistice valide luând oricare două formule ca premise şi negaţia celei de-a treia drept concluzie. Să luăm ca exemplu triada 4. Vom avea:

a)
$$\begin{array}{l} \exists(S \wedge M) \\ \neg\exists(S \wedge \neg P) \\ \hline \exists(P \wedge M) \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{SiM} \\ \text{SaP} \\ \hline \text{PiM} \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{MiP} \\ \text{MaS} \\ \hline \text{SiP} \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{S/M} \\ \text{M/P} \\ \text{P/S} \end{array} \quad \text{(DISAMIS, III)}$$

Din triada 4 am luat primele două propoziţii ca premise iar negaţia celei de-a treia am pus-o concluzie. Am reconstituit propoziţiile corespunzătoare din silogistica tradiţională şi am obţinut modul DISAMIS din figura a III-a.

Prin substituţiile menţionate în dreapta am adus acest mod la forma lui standard.

Să luăm acum ca premise prima şi a treia propoziţie iar negaţia celei de-a doua o punem în concluzie.

b)
$$\begin{array}{l} \exists(S \wedge M) \\ \neg\exists(P \wedge M) \\ \hline \exists(S \wedge \neg P) \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{SiM} \\ \text{PeM} \\ \hline \text{SoP} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{PeM} \\ \text{SiM} \\ \hline \text{SoP} \end{array} \quad \text{(FESTINO, II)}$$

În fine,

c)
$$\begin{array}{l} \neg\exists(S \wedge \neg P) \\ \neg\exists(P \wedge M) \\ \hline \neg\exists(S \wedge M) \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{SaP} \\ \text{PeM} \\ \hline \text{SeM} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{PeM} \\ \text{SaP} \\ \hline \text{SeM} \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{MeP} \\ \text{SaM} \\ \hline \text{SeP} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{P/M} \\ \text{M/P} \end{array} \quad \text{; (CELARENT, I)}$$

Procedând în acest fel, din fiecare triadă silogistică vom obţine 3 moduri silogistice valide. Şi deci vom obţine, în total, cele 15 moduri pe care modelul Brentano le validează (exerciţiu).

În fine, e uşor de văzut că triadele de mai sus formează două clase, una care conţine triadele de forma IAE (primele 4 grupe), iar cealaltă triada OAA (ultima grupă).

Aşa cum am văzut în 3.2.5.3., modelul Brentano nu validează acele moduri care derivează concluzii particulare (cu import existenţial) din premise universale (fără import existenţial). Adică din premise care nu exclud posibilitatea ca vreun termen logic să denote o clasă vidă. Aşa cum validitatea unei inferenţe (implicaţionale) imediate a putut fi restabilită prin introducerea condiţiei de neviditate a unui termen logic, tot astfel şi în cazul inferenţelor mediate validitatea poate fi restabilită pe această cale. Aşadar, pentru validarea celor 9 moduri nevalidate de modelul Brentano va trebui *să introducem explicit premisele existenţiale* necesare acestei validări. Obţinem astfel o *extensie* a modelului Brentano prezentat în paragraful 3.2.5.1. În acest model, cu *introducerea condiţiei neviditătii lui S*, adăugată premiselor modurilor BARBARA, CELARENT, CESARE, CAMESTRES şi CAMENES, şi

modurile lor subalterne sunt validate. CAMESTROP, de exemplu, devine: $[\forall x(P(x) \supset M(x)) \wedge \forall x(S(x) \supset \neg M(x)) \wedge \exists x S(x)] \supset \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$. (Arătați cu ajutorul formelor normale că acesta este un mod valid).

Apoi, cu condiția neviditătii lui *P* modul BRAMANTIP devine mod valid, iar cu condiția neviditătii lui *M* sunt validate modurile DARAPTI, FELAPTON şi FESAPO. Conjugate, toate aceste condiții formează $\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M$ .

*Completitudinea deductivă* a modelului Brentano extins se poate demonstra prin *metoda extinsă a antilogismului*. Pe această cale se poate demonstra existența a 8 triade silogistice nesatisfiabile şi deci existențe a 24 de moduri silogistice valide.

Fie acum $P_1, P_2, P_3$ propozițiile unui antilogism. Atunci, ca mai sus, unul dintre silogismele valide va fi $(P_1 \wedge P_2) \supset \neg P_3$ . În modelul extins introducem condițiile conjugate de mai sus, adică $(\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M) \supset [(P_1 \wedge P_2) \supset \neg P_3]$.

Validitatea formulei pe care o exprimă este echivalentă cu nesatisfiabilitatea negației ei. Negată, expresia de mai sus devine: $\neg \{(\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M) \supset [(P_1 \wedge P_2) \supset \neg P_3]\}$, echivalent $\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M \wedge P_1 \wedge P_2 \wedge P_3$.

Ca mai sus, având în vedere *cantitatea* propozițiilor, putem avea 4 tipuri diferite de triade silogistice. Cele 15 moduri silogistice validate de modelul Brentano (extins) au putut fi obținute din cele 5 triade de tipul 4. Se poate arăta că şi de data aceasta triadele de tipurile 2 şi 3 nu pot fi nesatisfiabile. Doar triadele de tipul 1, respectiv cele care conțin doar propoziții universale, suplimentate cu condiția existenței (reuniunea celor trei condiții de neviditate), pot fi, sub anumite condiții, nesatisfiabile.

*Condițiile de nesatisfiabilitate* ale expresiei $\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M \wedge \forall \alpha \wedge \forall \beta \wedge \forall \gamma$ sunt următoarele:

1. Triada silogistică trebuie să conțină două propoziții universal afirmative şi una universal negativă.
2. Cele două predicate ale propozițiilor universal afirmative (ambele negate în transcripție existențială) să fie diferite.

Aceste condiții sunt satisfăcute doar de următoarele triade:

6. $\neg\exists(S \wedge \neg P)$ $\neg\exists(P \wedge \neg M)$ $\neg\exists(S \wedge M)$
7. $\neg\exists(P \wedge \neg S)$ $\neg\exists(P \wedge \neg M)$ $\neg\exists(S \wedge M)$
8. $\neg\exists(P \wedge \neg S)$ $\neg\exists(M \wedge \neg P)$ $\neg\exists(S \wedge M)$

Cu condiția menționată, $\exists S \wedge \exists P \wedge \exists M$ , din cele 3 triade nesatisfiabile obținem, corespunzător, 9 moduri valide.

Din triada 7, de exemplu, obținem succesiv:

a)
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| PaS | PaM | MaP | P/M | | |
| PaM | PaS | MaS | M/P | | |
| SiM | SiM | SiP | | | (DARAPTI, III) |

b)
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| PaS | SeM | MeP | S/M | | |
| SeM | PaS | SaM | M/P | | |
| PoM | PoM | SoP | | P/S | (CELARONT, I) |

c)
$$\begin{array}{l} \text{PaM} \\ \text{SeM} \\ \hline \text{PoS} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{SeM} \\ \text{PaM} \\ \hline \text{PoS} \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{PeM} \\ \text{SaM} \\ \hline \text{SoP} \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{S/P} \\ \text{P/S} \end{array}$$
(CESARO, III)

Similar, din triadele nesatisfiabile 6 şi 8 vom obține celelalte 6 moduri valide (exercițiu).

În concluzie, modelul Brentano extins este un model complet în raport cu cele 24 de moduri valide ale silogisticii tradiționale.

Metoda antilogismului (cea restrânsă la primele cinci triade şi cea extinsă la următoarele trei) ne oferă totodată un *procedeu de decizie* pentru acest segment al logicii predicatelor monadice: *condiția necesară şi suficientă a validității unui mod este ca antilogismul său să satisfacă condițiile de nesatisfiabilitate* (cele trei condiții pentru triadele nesatisfiabile din care se obțin cele 15 moduri valide ale modelului Brentano, sau cele 2 condiții ale celorlalte triade din care rezultă restul de 9 moduri, validate de modelul extins Brentano).

Modul FELAPTON (III), de exemplu, în modelul Brentano devine

$$\begin{array}{ll} \text{MeP} & \neg\exists(M \wedge P) \\ \text{MaS} & \neg\exists(M \wedge \neg S) \\ \hline \text{SoP} & \exists(S \wedge \neg P) \end{array}$$

Antilogismul său este $\neg\exists(M \wedge P)$ $\neg\exists(M \wedge \neg S)$ $\neg\exists(S \wedge \neg P)$. Este uşor de văzut că antilogismul său îndeplineşte cele două condiții de nesatisfiabilitate. Şi deci, este un mod valid.

**BIBLIOGRAFIE**


1. Aristotel, *Organon,* Bucureşti, Iri 1997.
2. D. Stoianovici; T. Dima; A. Marga, *Logică generală*, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1990.
3. I. Didilescu; P. Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică şi interpretările moderne*, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
4. A. Marga, *Exerciţii de logică generală*, Partea I, Cluj-Napoca, 1983.
5. W. & M. Kneale, *Dezvoltarea logicii*, Vol. 1, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1974, Cap. II, §§ 5, 6, 7, 8.
6. G. Patzig, *Silogistica aristotelică*, Ed. Ştiinţifică, Bucureşti, 1970.
7. A. Dumitriu, *Istoria logicii*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1993, vol. 1.
8. D. W. Ross, *Aristotel*, Ed. Humanitas, Bucureşti, 1998.